



Einzelbauteile

*Christophe Sigrist
PhD., Dipl. Ing. EPFL, Professor
für Ingenieurholzbau
Berner Fachhochschule
Architektur, Holz und Bau
Biel, Schweiz*

Einzelbauteile

Einleitung

Auch im Holzbau stellen Stabilität und Stabilisierung ein wesentliches Thema dar. Einerseits müssen äussere Kräfte, insbesondere horizontalen Einwirkungen, durch das Tragwerk in die Fundamente abgetragen werden, als auch innere Kräfte ausgeglichen werden. Da im Holzbau in tragenden Bauteilen (Stützen, Biegeträger, Fachwerke, Rahmen) vorwiegend stabförmige, schlanke Bauteile eingesetzt werden, ist der Bauteilstabilität besondere Aufmerksamkeit zu schenken. Das verbaute Grundelement aus Vollholz oder BSH weist beim Einsatz als Gurt, Stütze oder Biegeträger im Allgemeinen eine geringe Breite auf, oder eine geringe Dicke wenn als Stegplatte in Holkasten oder I-Trägern eingesetzt. Grosse Dimensionen der Tragwerke sind heute im Holzbau nicht unüblich. Aufgrund der daraus resultierenden, grossen Schlankheiten der Einzelelemente oder Bauteile treten Instabilitäten auf. Diese möchten sich verformen, stützen sich dabei auf Abstützungen oder Verbände ab und generieren dadurch zusätzliche Kräfte, welche durch die Stabilisierungsverbände übernommen werden müssen. Dieser Beitrag stellt dar, wie diese Kräfte entstehen, und wie sie ermittelt werden können.

Stabilität von Bauteilen

Knicken

Theorie

Grundsätzlich können die meisten Stabilitätsprobleme auf ein Knickproblem zurückgeführt werden. Ein Stab, der durch eine Längsdruckkraft beansprucht wird, erfährt eine Störung seiner Gleichgewichtslage in Form einer seitlichen Auslenkung. Bei der Stabilitätsuntersuchung geht es darum, die Knicklast eines Stabes oder eines Systems, das heisst die Last bei der sich der Stab oder das System im indifferenten Gleichgewicht befindet, zu ermitteln.

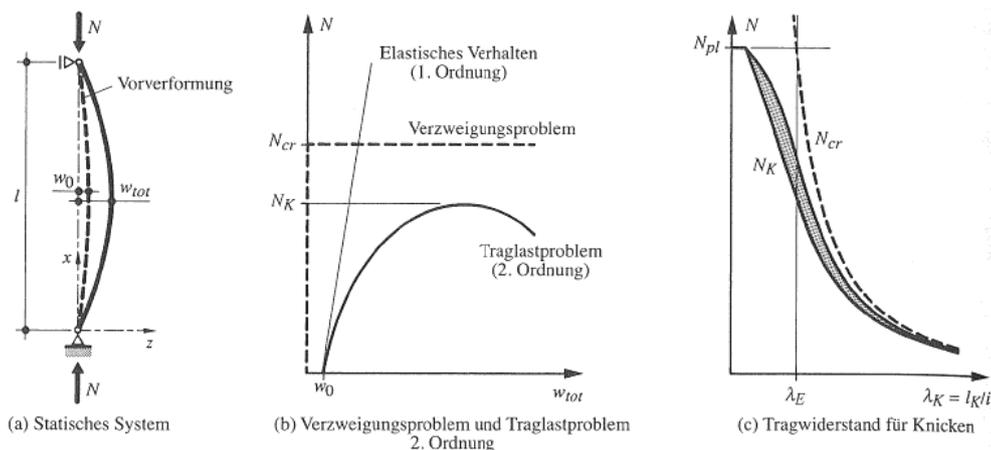


Bild 1: Knicken eines Druckstabes als Traglastproblem 2. Ordnung [5]

Die Knicklast hängt von folgenden Parametern ab:

- Der Beanspruchung: der Stab wird auf Druck, Biegung, Schub und Torsion beansprucht.
- Der Lagerung: der Stab ist an den Endpunkten gelenkig gelagert, eingespannt, teileingespannt oder weist sogar freie Enden (Auskrägung) auf.

- Der Geometrie: der Länge und der Form der Stabachse (geradlinig, gekrümmt, beliebig geformt) und der Querschnittsgeometrie (Breite b und Höhe h).
- Der Knickfigur: es können sich eine oder mehrere Halbwellen ausbilden, diese können in definierten Ebenen (schwache oder starke Achse) oder frei (Rundstütze) erfolgen.

Zur Berechnung der theoretischen Knicklast eines Stabes müssen selbstverständlich die üblichen Annahmen / Vereinfachungen getroffen werden: unverformter, prismatischer Zweigelenkstab, Stab ohne Imperfektionen, reine Druckbeanspruchung mit zentrischer Lasteinleitung, keine Torsionsverformungen und der Werkstoff verhält sich ideal linear-elastisch. Über die Betrachtung des Gleichgewichts des verformten Stabes können Differenzialgleichungen aufgestellt und nach den gewünschten Randbedingungen gelöst werden. Eine wichtige Rolle spielt dabei die Festlegung der Stabsteifigkeit in den verschiedenen Richtungen.

Es handelt sich in diesem Fall um ein Traglastproblem 2. Ordnung, denn das Material ist weder homogen noch unbeschränkt linear-elastisch. Zudem weist der Stab Vorverformungen (spannungslose Vorkrümmung) auf und die Lastenleitung erfolgt eher mit gewissen Exzentrizitäten. Die wirklichen Knicklasten N_k liegen daher immer unter der theoretischen, Eulerschen Knicklast N_{cr} . In Abhängigkeit von Material (Sortierung), Abmessung (Trägheitsradius) und Lagerung (Knicklängen) können zur Ermittlung der Knickspannung die dazu erforderlichen Knickbeiwerte in Abhängigkeit der relativen Schlankheit bestimmt werden. Die Knickspannungskurven können experimentell ermittelt, oder modelliert werden, wie dies für die SIA Normen und auch für den EC der Fall ist.

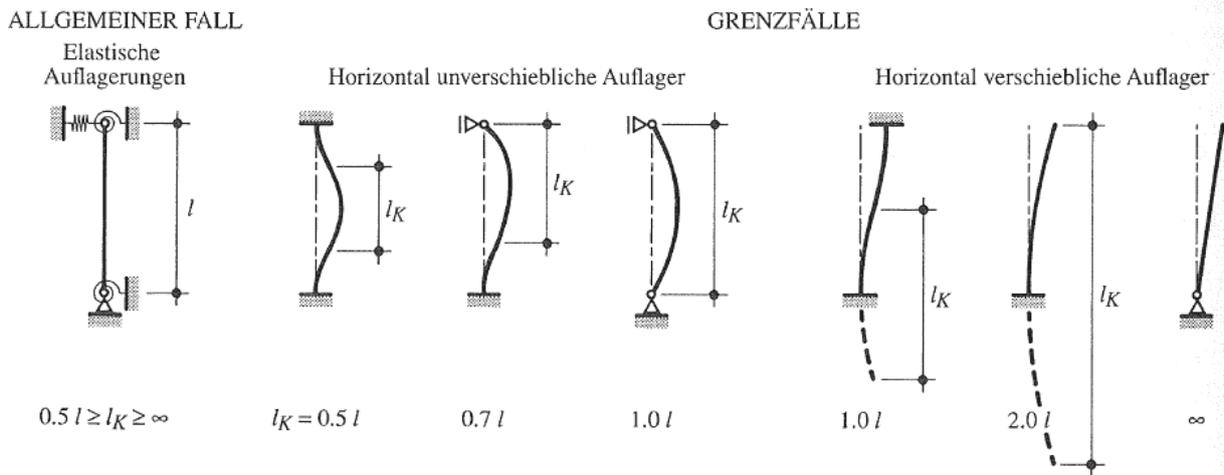


Bild 2: Knicklängen eines Druckstabes [5]

Die relative Schlankheit λ_{rel} ermittelt sich unter Berücksichtigung der Druckfestigkeit parallel zur Faser und der 5%-Fraktile des Elastizitätsmoduls parallel zur Faser zu:

$$\lambda_{rel} = \frac{\lambda}{\pi} \sqrt{\frac{f_{c,0,k}}{E_{0,05}}}$$

Über den relativen Schlankheitsgrad kann wie gewohnt der Knickbeiwert k_c und die Knickspannung nach Ziffer 4.2.9 der Norm SIA 265 berechnet werden.

Prinzip der Stabilisierung

In Anbetracht der oben aufgeführten Parameter kann bei Knickgefahr auf verschiedene Weisen reagiert werden. Eine Erhöhung der Materialeigenschaften zur Ausnutzung der besseren Festigkeiten und Elastizitätsmoduln stellt dabei die unwirtschaftlichste Massnahme dar. Eine Änderung der Lagerbedingungen (Einspannung) bewirkt zwar eine Reduktion der Knicklänge, ist im Holzbau auf Grund der verformungsweichen Anschlüsse aber eher schwierig umzusetzen und schlägt sich auf die Kosten nieder. Am effizientesten kann über eine Reduktion der Knicklängen reagiert werden, indem Zwischenabstützungen eingebaut werden. Eine günstige Orientierung der Stützenform (Orientierung der starken und schwachen Achse) erlaubt die Knicklängen um die starke Achse mit wenigen Abstützungsmöglichkeiten und die Knicklängen um die schwache Achse mit vielen Abstützungsmöglichkeiten, wie beispielsweise durch Fassadenriegel, zu optimieren.

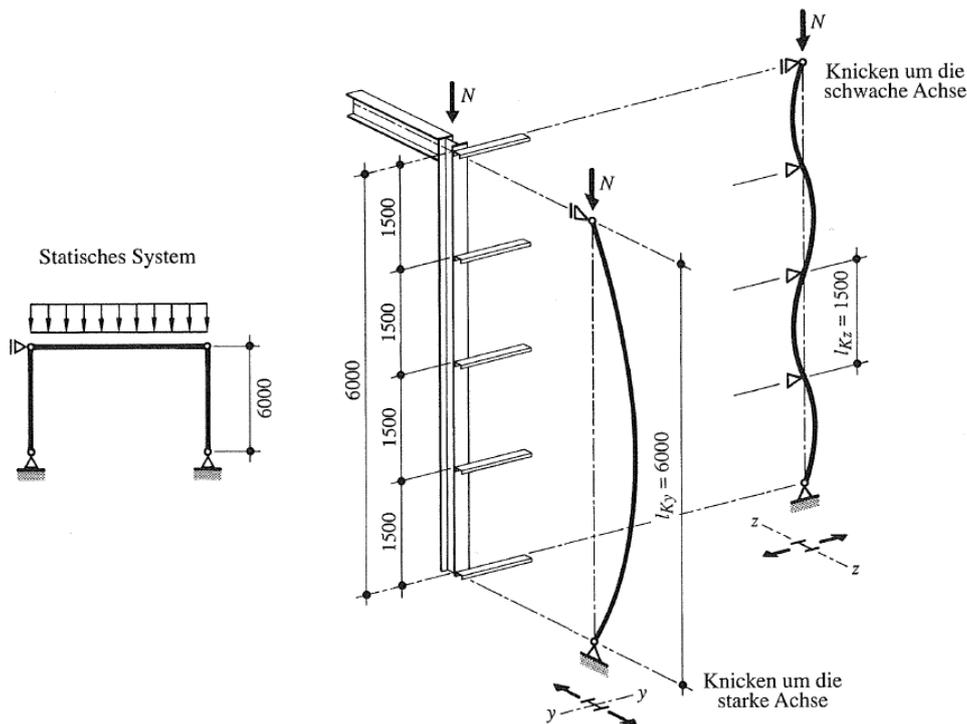


Bild 3: Seitlich gehaltenen Stütze unter zentrischem Druck [5]

Fazit zum Knicken

Knickstäbe lassen sich in den meisten Fällen einfach berechnen. Die wirksamste Methode einer Knickgefahr entgegenzuwirken besteht darin, die Knicklängen zu reduzieren. Die daraus entstehenden Kräfte müssen an Gebäudekerne oder Stabilisierungsverbände abgegeben werden. Bei Stabilisierungsverbänden müssen die entstehenden inneren Kräfte mit den zu stabilisierenden Bauteilen wieder ins Gleichgewicht gebracht werden. Das Knicken darf gemäss der Norm SIA 265 für die starke und die schwache Achse getrennt betrachtet werden. Falls variable Querschnitte, gleichzeitig wirkende Biegemomente oder Unklarheiten in Bezug auf die Knicklängen vorliegen, sind vertiefende Überlegungen oder gar genaue Berechnungen 2. Ordnung vorzunehmen.

Gewisse Systeme lassen sich in Bezug auf ein Knicken in der Ebene nicht oder nur unter genauer Betrachtung der Steifigkeitsverhältnisse durch Verbände stabilisieren. Es sind dies: Rahmen, Bögen oder dreiecksförmige Systeme wie Sprengwerke oder Kehl balkendächer. Diese Tragwerke müssen eine ausreichende Eigensteifigkeit in der Ebene zur Erzielung der Tragfähigkeit und der Gebrauchstauglichkeit aufweisen. Bei verschieblichen Systemen ist die Ermittlung der Knicklängen oft schwierig, es bestehen aber viele vereinfachende Formeln, die angewendet werden können.

Kippen

Zur Aufnahme von Biegemomenten werden oft hohe, schlanke Biegeträger verwendet. Das Trägheitsmoment dieser Bauteile weist bezüglich der schwachen Achse erheblich kleinere Werte als bezüglich der starken Achse auf. Bevor der Biege­widerstand erreicht wird kann eine Instabilität durch Kippen eintreten. Das Kippen kann als seitliches Ausknicken des Druckgurtes eines Biegeträgers senkrecht zur Trägerebene betrachtet werden. Die horizontale Verschiebung der druckbeanspruchten Hälfte des Trägers kann allerdings nicht unabhängig von der stabilisierenden Hälfte erfolgen. Es handelt sich um ein globales Stabilitätsproblem welches bewirkt, dass destabilisierende Kräfte entstehen, die aus der Trägerebene wirken. Der Stabilitätsverlust tritt bei der kritischen Belastung auf, welches ein kritisches Biegemoment mit einer kritischen Kippbiegespannung zur Folge hat. Der Kippwiderstand ist von folgenden Parametern abhängig:

- Der Beanspruchung: der Biegeträger wird auf Biegung beansprucht, die Lasten greifen im oder exzentrisch zum Schubmittelpunkt an.
- Der Lagerung: der Biegeträger ist an den Enden gegen Umkippen gesichert, ist starr oder weich gelagert, und ist bezüglich beider Ebenen gelenkig oder eingespannt.
- Der Geometrie: die Verhältnisse Höhe h zur Breite b und dem Abstand der Lager-
- Der Kippfigur: in Analogie zum Knicken können sich eine oder mehrere Halbwellen ausbilden, gleichzeitig erfährt der Querschnitt eine Verdrehung.

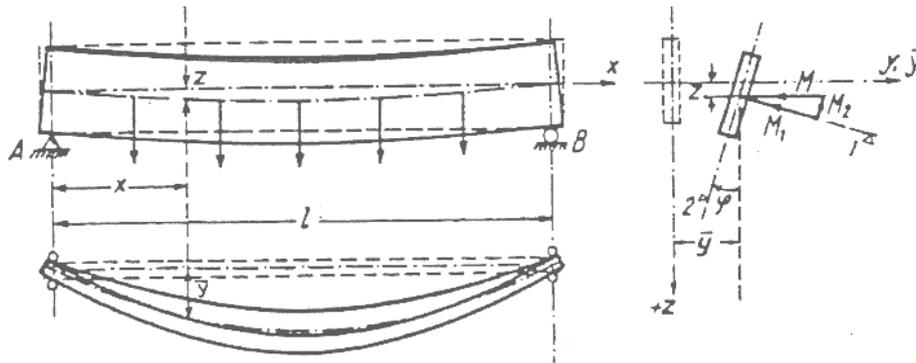


Bild 4: Kippen eines Trägers unter reiner Biegebeanspruchung [7]

Zur Berechnung des theoretischen Kippwiderstandes eines Stabes müssen selbstverständlich die üblichen Annahmen / Vereinfachungen getroffen werden: unverformter, doppelsymmetrischer über die gesamte Trägerlänge konstanter Querschnitt, Träger ohne Imperfektionen (spannungsfreier Querschnitt), reine Biegebeanspruchung, das Verhältnis des Trägheitsmoments der schwachen zur starken Achse ist klein und der Werkstoff verhält sich ideal linear-elastisch. Über die Betrachtung des Gleichgewichts des verformten Stabes können Differentialgleichungen aufgestellt und nach den gewünschten Randbedingungen gelöst werden. Der Kippwiderstand wird wesentlich durch die Auflagerbedingungen, die Torsionssteifigkeit des Biegeträgers, die Position des Lastangriffs (Lastangriffspunkt) und die Belastungsart (Momentenverteilung) beeinflusst.

Es handelt sich in diesem Fall wiederum um ein Traglastproblem 2. Ordnung, denn das Material ist weder homogen noch unbeschränkt linear-elastisch. Zudem weist der Stab Vorverformungen (spannungslose Vorkrümmung) auf und die Lastenleitung erfolgt eher mit gewissen Exzentrizitäten oder in ungünstigen Positionen mit destabilisierender Wirkung. Die wirklichen Kipplasten liegen daher immer unter der theoretischen Kipplast. In Abhängigkeit von Material (Sortierung), Geometrie (Biege- und Torsionswiderstand) und dem Abstand der Kipphalterungen können zur Ermittlung der Knickspannung die dazu erforderlichen Kippbeiwerte in Funktion der relativen Schlankheit bestimmt werden. In der Norm SIA 265 sind nur die einfachsten Fälle behandelt. Die Lagerbedingungen, der Momentenverlauf und die Lastangriffsposition

können über eine Reduktion der Schlankheit (λ_D in der folgenden Abbildung entspricht λ_{rel}), eine Erhöhung der Kippspannung wie im EC 5 oder ebenfalls über eine Anpassung der Kipp-länge, wie in der DIN 1052 dargestellt, erfasst werden.

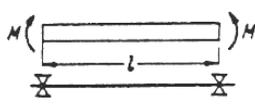
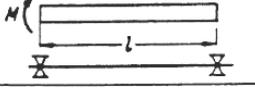
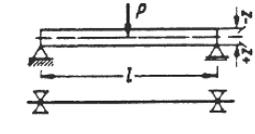
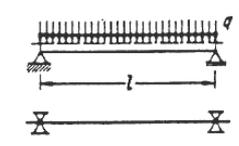
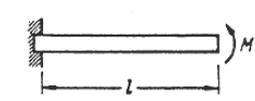
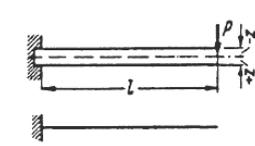
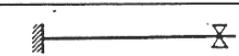
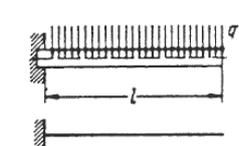
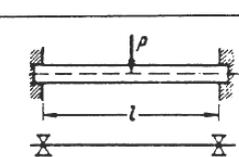
cas	$\bar{\lambda}_D = \lambda_D / \sqrt{\eta\beta}$ ($h > 3b$)	η	β
1.1		1	1
1.2		2	1
1.3		1,77	1
1.4		1,35	$1 \pm \frac{1,74z}{l} \sqrt{\frac{B_2}{C}}$
1.5		2,11	1 (z=0)
1.6		1,13	$1 \pm \frac{1,15z}{l} \sqrt{\frac{B_2}{C}}$
1.7		1,94	1 (z=0)
2.1		0,5	1
2.2		1,28	$1 \pm \frac{z}{l} \sqrt{\frac{B_2}{C}}$
2.3		1,75	1 (z=0)
2.4		2,05	1 (z=0)
3		1,77	1 (z=0)

Bild 5: Korrektur der Kippschlankheit in Funktion der Belastung und der Lagerbedingung ($B_2 = EI_y$, $C = GI_T$) [6]

Damit auch Biegeträger mit grosser Torsionssteifigkeit (Hohlkasten) korrekt und unter Beachtung dieser günstigen Eigenschaft berechnet werden können, kann die allgemeine Formel zur Lösung des Elementarfalls [5] verwendet werden. Die Faktoren C_1 und C_2 entsprechen den Kipplängenbeiwerten a_1 respektive a_2 der DIN 1052

$$M_{cr,D} = C_1 \frac{\pi^2 EI_z}{k_v k_\varphi I_D^2} \left[\sqrt{(C_2 z_a + C_3 \beta)^2 + \frac{I_\omega}{I_z} \left(\frac{GK k_\varphi^2 I_D^2}{\pi^2 EI_\omega} + 1 \right)} + (C_2 z_a + C_3 \beta) \right] \quad (11.6)$$

- C_1, C_2, C_3 : Faktoren in Abhängigkeit von Lasttyp und Auflagerbedingungen
 k_v, k_φ : Biege- und Wölbeinspanngrad
 z_a : Abstand zwischen Schubmittelpunkt C und Lastangriffspunkt (positiv wenn letzterer zwischen Schubmittelpunkt und Zugflansch liegt)
 β : sektorieller Querschnittskennwert ($\beta=0$ für einen doppelsymmetrischen Querschnitt)

Bild 6: Berechnung des ideellen Kippmoments (allgemeine Formel) [5]

Die Norm DIN 1052 gibt ein vereinfachtes Verfahren an, damit eine Ersatzstablänge L_{ef} berechnet werden kann und erlaubt die Momentenverteilung, den Lastangriffspunkt und die Steifigkeitsverhältnisse des Biegeträgers korrekt zu erfassen. Es gilt:

$$L_{ef} = \frac{L}{a_1 \cdot \left[1 - a_2 \cdot \frac{a_z}{L} \cdot \sqrt{\frac{B}{T}} \right]}$$

dabei ist

L Länge des gabelgelagerten Trägerabschnitts

$B = EI_z$ Biegesteifigkeit um die z-Achse (für den Rechteckquerschnitt gilt $B = \frac{E \cdot b^3 \cdot h}{12}$)

$T = GI_{tor}$ Torsionssteifigkeit (für den Rechteckquerschnitt gilt näherungsweise $T \cong \frac{G \cdot b^3 \cdot h}{3}$)

Für Biegemodul E und Schubmodul G sind die 5%-Fraktilwerte zu verwenden

a_z Abstand des Lastangriffs vom Schubmittelpunkt (positiv bei destabilisierender Wirkung)

a_1 Berücksichtigung der Momentenverteilung längs des Abschnittes

a_2 Berücksichtigung des statischen Systems (Verdrehbarkeit bei den Auflagern)

Weitere Parameter wie eine seitliche Einspannung oder eine Nachgiebigkeit der Torsionseinspannung am Auflager könnten über weitere Beiwerte auch berücksichtigt werden. Der relative Schlankheitsgrad wird über das kritische Kippmoment wie folgt ermittelt:

$$M_{y,crit} = \frac{\pi}{L_{ef}} \cdot \sqrt{B \cdot T} = \frac{\pi \cdot \sqrt{E_{0,05} \cdot I_z \cdot G_{0,05} \cdot I_{tor}}}{L_{ef}}$$

und

$$\sigma_{m,crit} = \frac{M_{y,crit}}{W_y}$$

damit folgt

$$\lambda_{rel,m} = \sqrt{\frac{f_{m,k}}{\sigma_{m,crit}}}$$

Über den relativen Schlankheitsgrad kann wie gewohnt der Kippbeiwert k_m und die Kippspannung nach Ziffer 4.2.9 der Norm SIA 265 berechnet werden.

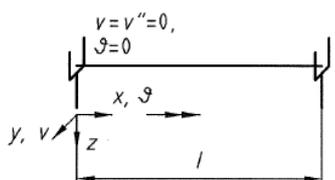
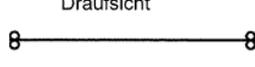
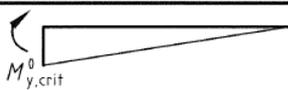
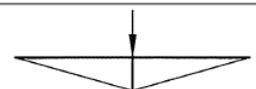
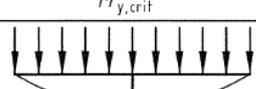
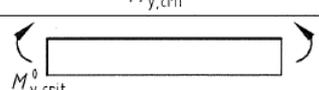
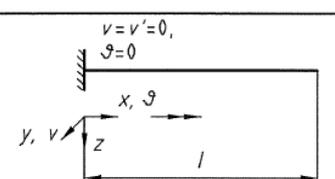
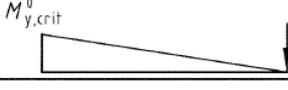
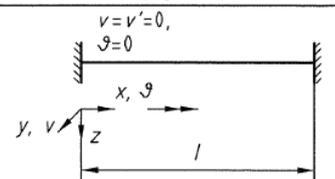
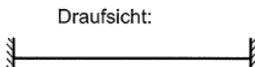
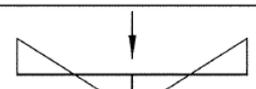
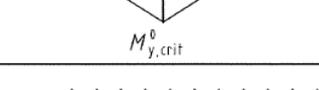
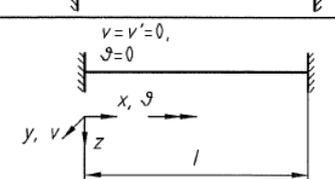
	System	Momentenverlauf	a_1	a_2
1.1	 <p>gabelgelagerter Einfeldträger Draufsicht</p> 	 <p>$M_{y,crit}^0$</p>	1,77	0
1.2		 <p>$M_{y,crit}^0$</p>	1,35	1,74
1.3		 <p>$M_{y,crit}^0$</p>	1,13	1,44
1.4		 <p>$M_{y,crit}^0$</p>	1	0
2.1	 <p>Kragarm</p>	 <p>$M_{y,crit}^0$</p>	1,27	1,03
2.2		 <p>$M_{y,crit}^0$</p>	2,05	1,50
3.1	 <p>beidseitig eingespannter Träger Draufsicht:</p> 	 <p>$M_{y,crit}^0$</p>	6,81	0,40
3.2		 <p>$M_{y,crit}^0$</p>	5,12	0,40
4.1	 <p>Mittelfeld, Durchlaufträger Draufsicht:</p>	 <p>$M_{y,crit}^0$</p>	1,70	1,60
4.2		 <p>$M_{y,crit}^0$</p>	1,30	1,60

Bild 7: Kipplängenbeiwerte nach DIN 1052 [1]

Prinzip der Stabilisierung

In Anbetracht der oben aufgeführten Parameter kann bei Kippgefahr auf verschiedene Weisen reagiert werden. Eine Erhöhung der Materialeigenschaften zur Ausnutzung der besseren Festigkeiten und Elastizitätsmodul oder die Anpassungen der Querschnittshöhen und -breiten stellen dabei wiederum die am wenigsten wirksamen Massnahmen dar. Eine Änderung der Lagerbedingungen (Einspannung) bewirkt auch eine Reduktion der Kipplänge, ist im Holzbau auf Grund der verformungsweichen Anschlüsse aber eher schwierig umzusetzen. Am effizientesten kann über eine Reduktion der Kipplängen reagiert werden, indem Zwischenabstützungen eingebaut werden, oder die Druckzone des Biegeträgers gar kontinuierlich gehalten wird. Zu beachten ist, dass die Biegeträger meistens auf der Trägeroberseite belastet werden. Die Lage der Stabilisierungselemente ist wo möglich so anzubringen, dass die gedrückten Trägerhälften direkt stabilisiert werden können. Diese liegen dann bei einer allfälligen Kraftumdrehung, welche infolge Windeinwirkung bei leichten Dächern erfolgen kann, allerdings auf der falschen Seite.

Fazit zum Kippen

Diese Form der Instabilität ist komplex und stellt ein Phänomen 2. Ordnung dar. In den seltensten Fällen können Biegeträger nicht stabilisiert werden und müssen den Kippwiderstand über die eigene Steifigkeit erbringen. Als Beispiele dazu sind Biegeträger zu erwähnen die über einer Nutzfläche liegen wie bei Trogbrücken oder Fachwerkbrücken mit hohem Lichtraumprofil. Kippgefährdete Biegeträger lassen sich in den meisten Fällen einfach berechnen. Die wirksamste Methode einer Kippgefahr entgegenzuwirken besteht darin, die Kipplängen zu reduzieren. Die daraus entstehenden Kräfte müssen an Gebäudekerne oder Stabilisierungsverbände abgegeben werden. Bei Stabilisierungsverbänden müssen die dadurch entstehenden Auflagerkräfte mit den zu stabilisierenden Bauteilen wieder ins Gleichgewicht gebracht werden.

Beulen

Theorie

Die Instabilität durch Beulen wird bei dünnen Platten, welche als Scheibe eingesetzt werden, beobachtet. Es handelt sich um ein lokales Stabilitätsproblem welches durch Kräfte bewirkt werden, die in der Plattenebene wirken. Im Gegensatz zum Knicken oder Kippen ist beim Beulen der Versagenszustand noch nicht erreicht, da sich beim Ausknicken des gedrückten Scheibenstabs eine Membranwirkung einstellt und die Stabverformung somit behindert wird.

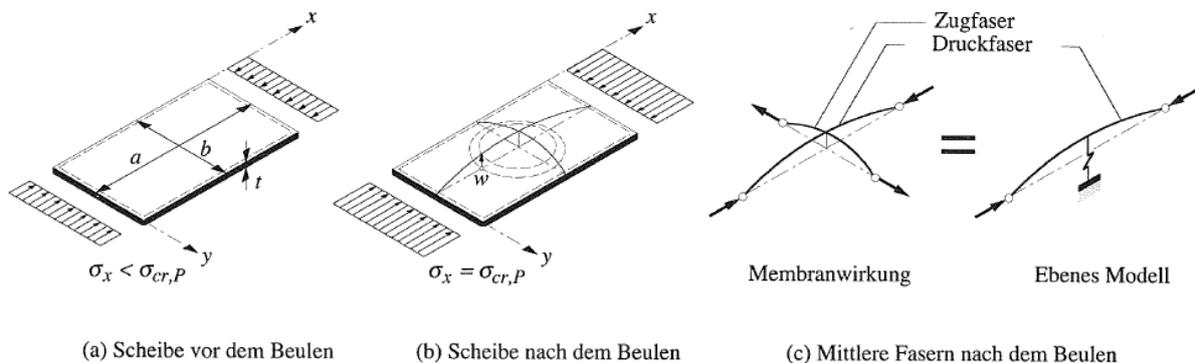


Bild 8: Beulen einer Scheibe [5]

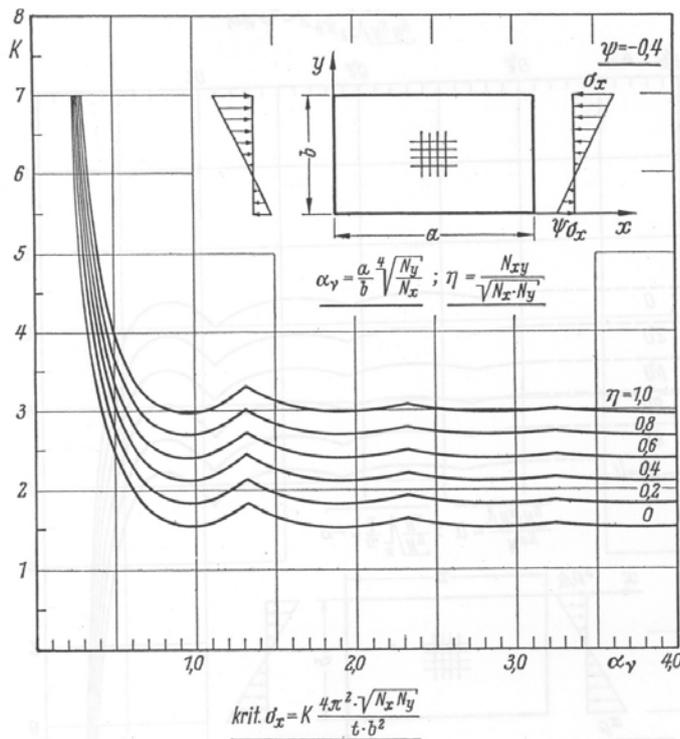
Der Beulwiderstand ist abhängig von folgenden Parametern:

- Der Beanspruchung: die Scheibe wird auf Druck, Biegung oder Schub beansprucht-
- Der Lagerung: die Scheibe ist an den Rändern gelenkig gelagert, eingespannt oder weist sogar freie Ränder auf.

- Der Geometrie: die Verhältnisse Länge a zu Breite b und der Plattenstärke t.
- Der Beulfigur: in Analogie zum Knicken können sich eine oder mehrere Beulen (Halbwellen) ausbilden.

Zur Berechnung der kritischen Beulspannung einer Platte müssen selbstverständlich die üblichen Annahmen / Vereinfachungen getroffen werden: perfekt ebene Scheiben, die Beulverformungen senkrecht zur Plattenebene sind klein, die Beanspruchungen wirken zentrisch und der Werkstoff verhält sich ideal linear-elastisch. Über die Betrachtung des Gleichgewichts der verformten Scheibe können Differenzialgleichungen aufgestellt und nach den gewünschten Randbedingungen gelöst werden. Eine wichtige Rolle spielt dabei die Festlegung der Scheibensteifigkeit. In Abhängigkeit von Einwirkungsart, Abmessung und Lagerung können zur Ermittlung der ideellen Beulspannung die dazu erforderlichen Beulwerte bestimmt werden.

Bei Holzplatten handelt es sich nicht um homogene Werkstoffe, sondern um Verbundwerkstoffe mit unterschiedlichen Verformungseigenschaften in Längs- und Querrichtung. Gerade in Plattenmitte, wo die Biegeeigenschaften und die Steifigkeit eine wichtige Rolle spielen sind die Beuleigenschaften abhängig vom Plattenaufbau. Die Beultheorie des Stahlbaus kann angewendet werden, allerdings sind die orthotropen Platteneigenschaften auf eine isotrope Platte mit einem Ersatzmodul umzurechnen. Die Beulsicherheit ist etwas höher anzusetzen, da sich die Holzwerkstoffe nicht wie duktile Stahlplatten verhalten. Tafeln wie in Bild 9 dargestellt erlauben für verschiedenste Situationen die Beulbeiwerte zu ermitteln.



- N_x = Elastizitätsmodul längs
- N_y = Elastizitätsmodul quer
- $N_{x,y}$ = Schubmodul
- ψ = Spannungsverteilung (N+ M)
- k = Beulbeiwert

Bild 9: Beulbeiwerte für orthotrope Platten (Beispiel für eine Platte mit Normalkraft- und Momentenbelastung) [3]

Prinzip der Stabilisierung

In Anbetracht der oben aufgeführten Parameter kann bei Beulgefahr auf verschiedene Weisen reagiert werden. In vielen Fällen können auf Grund der Verdrehbarkeit der Ränder oder des gesamten Systems die Lagerbedingungen nur wenig beeinflusst werden. Die einfachste Möglichkeit die kritische Beulspannung zu erhöhen (und damit die Beulgefahr zu mindern) besteht darin grössere Plattenstärken zu wählen oder die Geometrie der Beulfelder zu reduzieren.

Grössere Plattenstärken bewirken für eine gegebene Geometrie eine Reduktion der Schlankheit der betrachteten Scheibe. Die Grenzschlankheit gibt Aufschluss zum maximalen Verhältnis der Beullänge zur Plattenstärke. Bei Verhältnissen, die geringer sind als der Grenzwert kann davon ausgegangen werden, dass die Scheibe nicht ausbeult. Dies führt auf Grund stark vereinfachter Annahmen dazu, dass im Allgemeinen eher grosse Plattenstärken resultieren. Selbstverständlich sind die Grenzschlankheiten vom Material und auch von der Belastung abhängig. Die Festlegung der Stegschlankheit in Ziffer 5.3.4.3 der SIA 265 beispielsweise ist deshalb mit Vorsicht zu übernehmen.

Bei Hohlkästen oder I-Trägern können zur Veränderung der Scheibengeometrie Pfosten eingebaut werden, die gleichzeitig die Problematik der Plattenstösse regelt und / oder die lokale, punktuelle Lasteinleitung beim Quertragsystem löst. Hier handelt es sich dann in den meisten Fällen um konstruktive Teile mit grösseren Abmessungen, da es sich um eigentliche Lager handelt. Diese müssten entsprechend dimensioniert werden. Lokale Massnahmen im freien Plattenbereich bestehen darin, an strategisch günstigen Stellen zusätzliche Steifen einzubauen. Betroffen sind grundsätzlich die gedrückten Bereiche der Platte. Damit ein Ausbeulen der Platte verhindert werden kann, müssen diese Steifen entsprechende Steifigkeiten aufweisen. Auch hier gibt die einschlägige (Stahlbau)Literatur Angaben zu den Mindeststeifigkeiten für verschiedene Fälle.

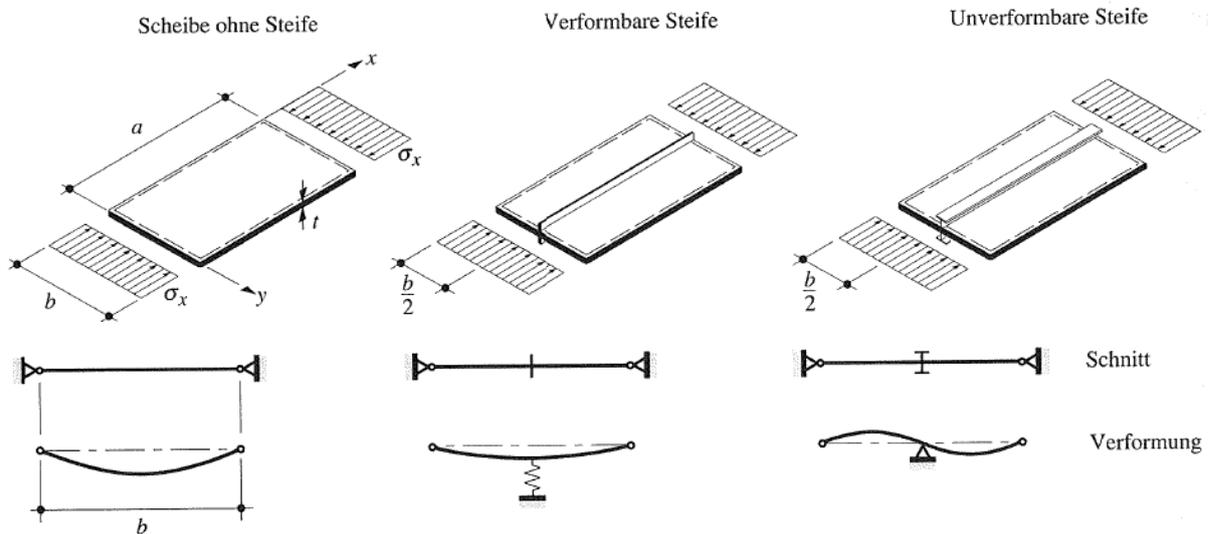


Bild 10: Einfluss einer Steife auf das Beulverhalten [5]

Eine letzte Massnahme besteht darin, das Beulen grundsätzlich zuzulassen. Dies bedeutet, dass im Bereich der Beule die tragende Wirkung verloren geht, und für die Belastung nur der Restquerschnitt betrachtet wird. Rechnerisch wird eine effektive, wirksame Breite festgelegt. Dieses Verfahren wird beispielsweise in Ziffer 5.3.1.3 der SIA 265 für den Nachweis von Beplankungen von Rippenplatten oder liegenden Hohlkästen (Beplankung wird auf Zug oder Druck beansprucht) angewendet. Streng genommen müssten natürlich auch Spannungsumlagerungen stattfinden können.

Fazit zum Beulen

Diese Form der Instabilität ist extrem komplex und stellt ein Phänomen 2. Ordnung mit postkritischem Verhalten dar. Es bestehen Grundlagen, um beliebig gelagerte und belastete Scheiben aus beliebigen Plattenmaterialien zu berechnen (Bild 9). Unter Anpassung des üblicherweise orthotropen Plattenmaterials aus dem Werkstoff Holz kann das Verfahren aus dem Stahlbau verwendet werden. Der Nachweis der Beulstabilität, oder die Verwendung reduzierter Querschnitte führt zur Meisterung des Problems. Alle Kräfte oder Spannungen die entstehen, werden lokal und innerhalb des Bauteils ausgeglichen und sind im Gleichgewicht.

Dies bedeutet, dass auch hohe Spannungen in einer Stegplatte aus Biegung oder aus Schub keine äusseren Kräfte bewirkten, die dann von einem Aussteifungsverband übernommen werden müssten. Allerdings würde ein Ausbeulen einer Stegplatte eines Hohlkastens zum Verlust des Tragwiderstands des Biegeträgers führen.

Stabilisierungskräfte

Hintergründe

Die räumliche Stabilität der Tragwerke ist zu gewährleisten. Die Tragwerke sind so auszusteifen, dass ein Versagen oder unzulässige Verformungen verhindert werden. Schlanke Stützen oder Biegeträger werden am besten an mehreren Punkten zwischen den eigentlichen Auflagern gegen ein seitliches Ausweichen gehalten. Damit können die Knick- respektive Kipplast erhöht und die Knicklänge oder Kiplänge reduziert werden. Grundsätzlich können die Auswirkungen aus geometrischen oder strukturellen Imperfektionen und Vorverformungen nach Theorie 2. Ordnung ermittelt werden. Gemäss der Norm SIA 265 beträgt dabei die spannungslose Vorkrümmung $a/500$ bei Brettschichtholzstäben und $a/300$ bei anderen Stäben, a entspricht dem Abstand der innern Abstützung. Wie üblich wird das Gleichgewicht am verformten Tragwerk betrachtet. Die Steifigkeit aller Bauteile sowie die Verformungen und der Schlupf in den Verbindungen müssen berücksichtigt werden. Die aussteifenden Bauteile müssen die entstehenden Kräfte selbstverständlich aufnehmen können.

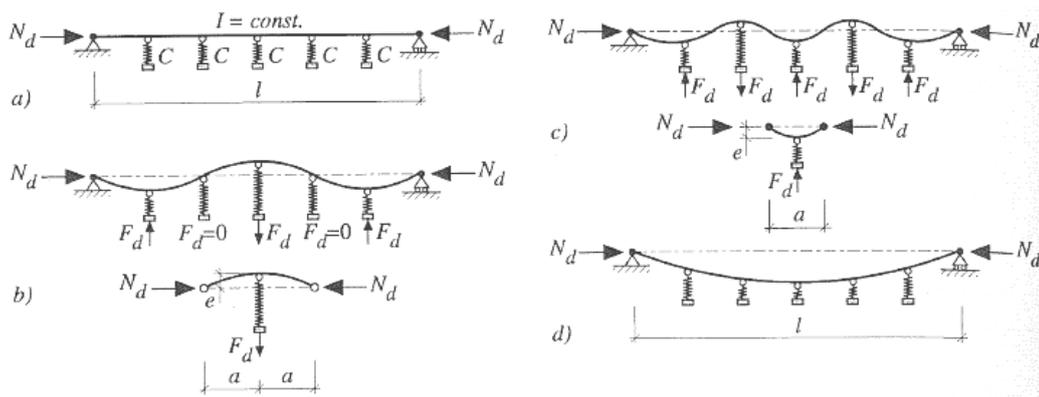


Bild 11: Verformung ausgesteifter Druckstäbe und dazugehörige statische Systeme [2]

Ein Druckstab der Länge L soll, falls er für die Übernahme der Normalkraft N_d keine ausreichende Knicksicherheit aufweist, durch zusätzliche Zwischenaufleger stabilisiert werden. Diese werden im Abstand a angebracht. Falls die Verformungsfiguren in mehrere Halbwellen gezwungen werden wie in den Abbildungen b) mit drei Wellen und c) mit 5 Wellen dargestellt, entstehen sehr viel grössere Abstützungskräfte (Fall der Einzelabstützungen), als wenn eine durch akzeptable Deformationen entstandene Halbwelle im Fall d) (Stabilisierung durch Verbände) zugelassen wird. Untersuchungen von Möhler und Schelling (1960) haben gezeigt, dass die Innenabstützungen eine Mindestfedersteifigkeit mit folgendem Wert haben müssen, damit die Knicklängen auf den Halterungsabstand a reduziert werden dürfen:

$$C_{mean} = k_s \pi^2 \frac{E_{m,mean} I}{a^3} = k_s \frac{N_{krit,Euler}}{a}$$

mit

$$k_s = 2(1 + \cos \frac{\pi}{m})$$

mit a dem Abstand zwischen den Abstützungen und m der Anzahl Wellen. Für den Fall mit 2 Wellen (eine innere Abstützung und $m = 2$) und $L = ma = 2a$ ergibt sich der Wert $k_s = 2$. Für eine unendliche Anzahl Wellen wird für $k_s = 4$ erreicht. Da gleichzeitig die Länge der Welle unendlich klein wird erfolgen theoretisch unendlich grosse Mindestfedersteifigkeiten.

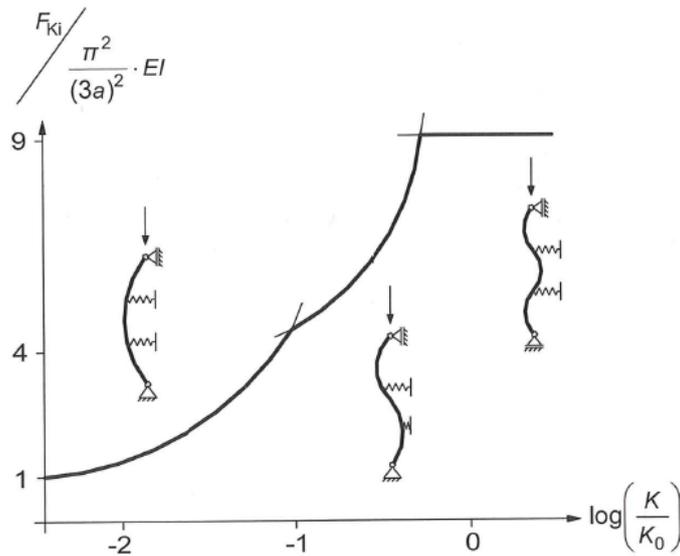


Bild 12: Knicklast in Abhängigkeit der elastischen Zwischenabstützung [1]

Ab einer bestimmten Steifigkeit der Zwischenabstützung ist keine Erhöhung der Knicklast mehr möglich. Die Steigerung der Knicklast beträgt, falls zwei Zwischenabstützungen angebracht werden welche die Knicklänge im besten Fall dritteln, das 9-fache der ursprünglichen, nicht gehaltenen Stütze.

Ermittlung der Kräfte in den Abstützungen

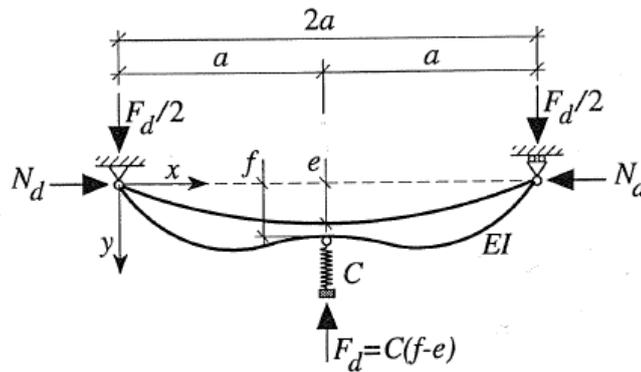


Bild 13: Vorverformter Druckstab mit elastischer Zwischenabstützung [2]

Die knick- oder kippgefährdeten Bauteile können entweder durch unverschiebliche Einzelabstützungen, oder durch verformbare Verbände oder Bepunktungen stabilisiert werden. Durch Einzelabstützungen wird die Knicklänge verringert und es werden mehrere Halbwellen erzeugt. Bei einer Stabilisierung durch Verbände erzeugt die Instabilität eine Halbwellen, wobei die Auslenkungen stark reduziert sind.

Die Federkraft F_d kann nach Theorie 2. Ordnung berechnet werden, oder mittels Ersatzsystemen und entsprechenden Überlegungen zu Vorverformungen und Vorverdrehungen in Abhängigkeit des gewählten Materials ermittelt werden. Entsprechende Verfahren sind beispielsweise in den Erklärungen zur DIN 1052 [1] gegeben. Das Verfahren kann auch angewendet werden, falls die Querschnitte und die Druckkräfte in den Druckstäben nicht konstant sind. In diesen Fällen darf mit einem „mittleren“ Querschnitt bei $0,65L$ vom Stabende mit dem kleineren Querschnitt und einer mittleren Normalkraft gerechnet werden.

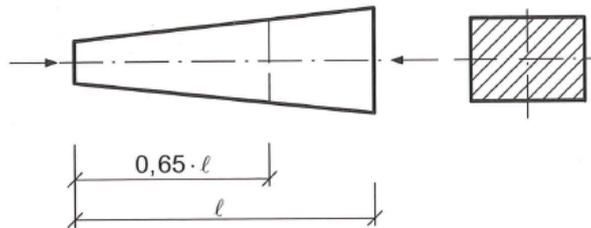


Bild 14: Druckstab mit veränderlichem Querschnitt [1]

<p style="text-align: center;">e Parabel</p>	
<p>Ersatzlast bei kontinuierlicher Lagerung und Vorkrümmung</p>	<p>Ersatzlast bei Einzelabstützung und Vorverdrehung</p>

Bild 15: Vorverformter Druckstab mit elastischer Zwischenabstützung [1]

Abstützung durch eine Aussteifungskonstruktion

Bei Abstützung der knickgefährdeten Bauteile auf einen Windverband kann unter Berücksichtigung der Vorgaben der Norm in Bezug auf die Vorkrümmung der Bauteile und einer akzeptierten Deformation des Verbandes die linear verteilte Stabilisierungskraft berechnet werden. Als Grundlage kann ein parabolisch vorverformter Druckstab betrachtet werden. Aus dem Momentengleichgewicht aus den äusseren und inneren Kräften ergibt sich:

$$F_o \cdot e = q_s \frac{L^2}{8}$$

und $e = \text{Vorkrümmung}_{\text{Bauteil}} + \text{Deformation}_{\text{Verband}} = \frac{L}{600} + \frac{L}{500}$

ergibt sich

$$q_s = F_o \left(\frac{L}{600} + \frac{L}{500} \right) \frac{8}{L^2} = \frac{F_o}{34,1L}$$

Die Stabilisierungskraft beträgt $q_d = \frac{F_o}{30L}$ gemäss Ziffer 5.8.4.4 der Norm SIA 265. Die auf den Verband wirkenden Punktlasten können der Einzugsfläche entsprechend berechnet und auf den Verband aufgebracht werden. Die Stützkraft der einzelnen Träger muss auf der Höhe des stabilisierten Bauteils z.B. durch Pfetten zur Aussteifungskonstruktion weitergeleitet werden.

Einzelabstützung

Für den Fall der Einzelabstützungen und unter Annahme einer geringen Biegesteifigkeit (schlanker Stab) entspricht das Ersatzsystem einem Druckstab mit einem Knoten in Stabmitte. Der Stab ist um das Mass ϕ vorverdrehet. Damit kann die Stützkraft direkt über die Auflagerreaktionen aus der Geometrie des verformten Stabes errechnet werden. Die Schrägstellung wird vorgegeben, z.B. zu $\sin\phi_{\text{Schräg}} = 0.005$ rad.

Der Winkel aus Deformation_{Verband} berechnet sich mit $\sin\phi_{\text{Verband}} = \frac{L}{500} / \frac{L}{2}$

daraus folgt mit $\sin\phi = \phi$

$$F_{\text{stab}} = 2F_o(\phi_{\text{Schräg}} + \phi_{\text{Verband}}) = 2F_o\left(0.005 + \frac{L}{500} / \frac{L}{2}\right) = 2F_o(0.005 + 0.004) = \frac{F_o}{55.6}$$

Die Vorverdrehung des Bauteils ist abhängig von der Festigkeitsklasse des verwendeten Materials. Zudem muss zwischen Bauholz und Brettschichtholz unterschieden werden. Unter Annahme der Angaben der Norm von $\frac{a}{500}$ bei Brettschichtholzstäben und $\frac{a}{300}$ bei anderen Stäben ergibt sich mit $a = \frac{L}{2}$

$$\text{für BSH} \quad \rightarrow \text{mit } \phi_{\text{Schräg}} = \frac{a}{500} / \frac{a}{a} = 0.002 \quad \text{und damit } 2F_o(0.002 + 0.004) = \frac{F_o}{83}$$

$$\text{für KH} \quad \rightarrow \text{mit } \phi_{\text{Schräg}} = \frac{a}{300} / \frac{a}{a} = 0.003 \quad \text{und damit } 2F_o(0.003 + 0.004) = \frac{F_o}{68}$$

Die Werte der Norm SIA 265 sind in Ziffer 5.8.2.1 auf $\frac{N_d}{55}$ für Vollholz und $\frac{N_d}{90}$ für BSH festgelegt. Jede Zwischenabstützung muss für die oben dargestellten Kräfte bemessen werden.

Die Einzelkräfte F_d und die Linienlast q_d ergeben nicht dieselbe Resultierende, da die Knickverformungen nicht gleich sind. Für die Einzelstützlast wechselt die Knickfigur von Abstützung zu Abstützung, für den Fall von Abstützungen mittels Verbänden ergibt sich eine einsinnig verlaufende Verformung. Diese Tatsache schlägt sich auch auf die Belastung der Aussteifungskonstruktion nieder: die Ersatzlast q_d wirkt als Linienlast, die Einzellasten F_d wirken mit wechselndem Vorzeichen, da die Halbwellen jeweils Zug oder Druck in den Zwischenaufleger bewirken. Die Stützlasten, welche aus der mittleren Normalkraft im Druckstab berechnet werden, könnten in Anlehnung an andere Normen in beiden Fällen um den Wert $(1-k_c)$ reduziert werden, da der zu stabilisierende Druckstab einen gewissen Knickwiderstand aufweist. Der Knickbeiwert k_c wird aber unter Verwendung der Länge des nicht ausgesteiften Druckstabes berechnet.

Wenn in einem Tragwerk die oben aufgeführte Mindeststeifigkeit der Abstützung nicht erreicht wird, darf als Knicklänge nicht der Abstand zwischen den Abstützungen angesetzt werden, sondern die entsprechende Knicklänge muss mittels Formel (78) der Norm SIA 265 wie folgt ermittelt werden (E und I beziehen sich auf den Druckstab):

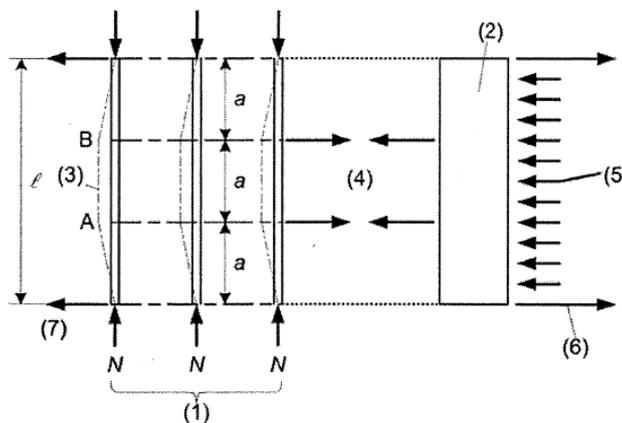
$$l_k = \pi \sqrt[4]{1,5 \frac{E_{m,mean} I}{C_{mean}}} a \geq a$$

Die mittlere Federsteifigkeit C_{mean} muss aus der Verformung aller Anschlüsse und der Steifigkeit des Abstützungsverbandes geschätzt werden. Es gilt näherungsweise:

$$\frac{1}{C_{mean}} = \sum \frac{1}{C_B} + \frac{5L^4}{a \cdot 384 \cdot EI_v} \frac{2}{3}$$

$\sum \frac{1}{C_B}$ entspricht der Summe der Nachgiebigkeit aller Bauteile und Verbindungen, I_v der Steifigkeit des Abstützungsverbandes.

Bei den Stabilisierungskräften handelt es sich um innere Kräfte. Die Auflagerreaktionen des Aussteifungsverbandes aus diesen Stabilisierungskräften sind mit den Auflagerreaktionen der zu stabilisierenden Druckstäbe kurzzuschliessen, damit jedes einzelne System wieder im Gleichgewicht ist.



Legende

- (1) n Trägersysteme
- (2) Aussteifungsverband
- (3) Durchbiegung des Trägersystems infolge von Imperfektionen und Verformungen aus Theorie II. Ordnung
- (4) Aussteifungskräfte
- (5) Äußere Einwirkung auf den Aussteifungsverband
- (6) Reaktionskräfte des Aussteifungsverbandes aus äußerer Einwirkung
- (7) Reaktionskräfte des Trägersystems aus Aussteifungskräften.

Bild 16: Vorverformter Druckstab mit elastischer Zwischenabstützung [4]

Stabilisierung von Biegeträgern

Dasselbe Verfahren darf auch zur Berechnung der Stabilisierungskräfte für einen Biegeträger verwendet werden. Dabei wird der Biegeträger gedanklich in eine Zug- und Druckzone unterteilt. Im Fall eines parabolischen Momentenverlaufs (Einfeldträger) darf mit der mittleren Druckkraft gerechnet werden. Die parabolische Momentenfläche ergibt ein äquivalentes, mittleres Moment von

$$M_{moy} = \frac{2}{3} M_{max}$$

Unter Annahme, dass die Resultierenden der Druckzone und der Zugzone einen inneren Hebelarm von $\frac{2}{3}h$ aufweist, gilt für ein äusseres, maximales Moment $M_{d,max}$

$$N_d = \frac{2}{3} \frac{M_{d,max}}{\frac{2}{3}h} = \frac{M_{d,max}}{h}$$

Im Vergleich zu den Druckgurten eines Fachwerkträgers weisen die Biegeträger eine nicht vernachlässigbare Torsionssteifigkeit auf. Deshalb darf die Stabilisierungskraft um den Betrag $(1-k_m)$ reduziert werden. Somit muss nur die Differenzkraft zwischen dem effektiven Moment und dem Kippmoment angeschlossen werden. Der Kippbeiwert k_m muss aber bezüglich der vollen, nicht ausgesteiften Trägerlänge bestimmt werden. Dadurch ergibt sich für einen durch unverschiebbliche Einzelabstützungen stabilisierten Biegeträger aus BSH mit der Höhe h folgende Ersatzdruckkraft:

$$N_d = (1-k_m) \frac{M_{d,max}}{h}$$

und daraus für jede Abstützung die Einzelkraft

$$F_d = \frac{N_d}{90}$$

Für den Fall, dass der Biegeträger durch einen Aussteifungsverband stabilisiert wird, kann die Stabilisierungskraft für n Biegeträger näherungsweise wie folgt bestimmt werden:

$$q_d = (1-k_m) \frac{\sum M_{d,max,i}}{30 \cdot L \cdot h}$$

Der Berechnung der Stabilisierungskraft sind die üblichen Hypothesen zu Grunde gelegt. Da die Vorverformungen für grosse Trägerlängen nicht unbeschränkte Ausmasse annehmen können, dürfen nach der Norm DIN 1052 oder dem EC5 für Trägerlängen über $L=15\text{m}$ die Stabilisierungskräfte um den Faktor $k_L = \sqrt{\frac{L}{15}}$ reduziert werden.

Fachwerkträger können nach dem gleichen Prinzip stabilisiert werden. Der Hebelarm im Fachwerk beträgt h , dies entspricht dem Abstand der Schwerpunkte zwischen den Fachwerkgurten. Die mittlere Normalkraft kann bei einem parabolisch belasteten Einfeldträger wiederum am einfachsten über die äquivalente Momentenfläche ermittelt werden:

$$\text{mit } M_{moy} = \frac{2}{3} M_{max}$$

$$\text{gilt } N_{moy} = \frac{2}{3} \frac{M_{max}}{h}$$

und damit kann die bekannte Formel der Norm SIA 265 gemäss Ziffer 5.8.4.4

$$q_d = \frac{\sum N_{i,d,moy}}{30L}$$

angewendet werden.

Da die Obergurte eines Fachwerks im Allgemeinen keinen Kippwiderstand aufweisen, wird $k_m=1$ und es erfolgt keine Korrektur der Stützkräfte.

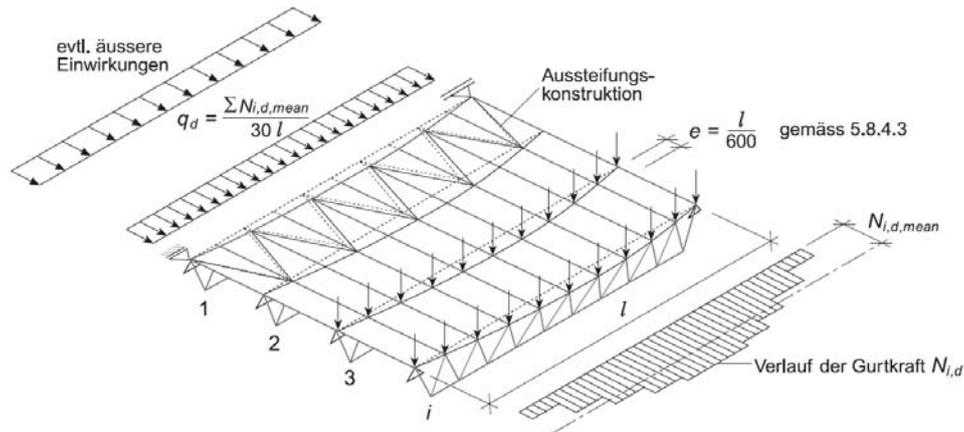


Bild 17: Ermittlung der Stabilisierungskräfte von Biegeträger welche auf einen Aussteifungsverband wirken [8]

Gabellagerung

Den Randbedingungen für die Berechnung der Stabilisierungslasten ist Rechnung zu tragen und der Träger ist im Auflagerbereich gegen ein Verdrehen zu sichern. Da die Norm SIA 265 keine Angaben hierzu liefert, wird auf die Norm DIN 1052 verwiesen. Die Stabilisierung kann durch eine Gabellagerung, eine Verbindung mit einer Stütze oder mit einem Verband erfolgen. Das erforderliche Bemessungsmoment für die Lagerung ist wiederum von der Vorverformung des Trägers und von der Verschieblichkeit des Stabilisierungsverbandes abhängig. Aus der gewählten Vorverformung des Trägers von $0,0025L$ und einer elastischen Verformung der Aussteifung von $\frac{L}{500}$ ergibt sich beim Auflager folgendes Torsionsmoment (für die Bestimmung von k_m ist wiederum der nicht ausgesteifte Biegeträger zu betrachten):

$$\begin{aligned}
 T_d &= p_{z,d}^0 \cdot \frac{L}{2} \cdot \left(0,0025L + \frac{L}{500}\right) \cdot \frac{2}{3} - q_d \cdot \frac{L}{2} \cdot e \\
 &= p_{z,d}^0 \cdot \frac{L^2}{666,67} \cdot \frac{8}{8} - (1 - k_m) \cdot \frac{M_d}{h} \cdot \frac{1}{30L} \cdot \frac{L}{2} \cdot e \\
 &= M_d \cdot \left(\frac{1}{83,3} - \frac{1}{60} \cdot \frac{e}{h} \cdot (1 - k_m)\right)
 \end{aligned}$$

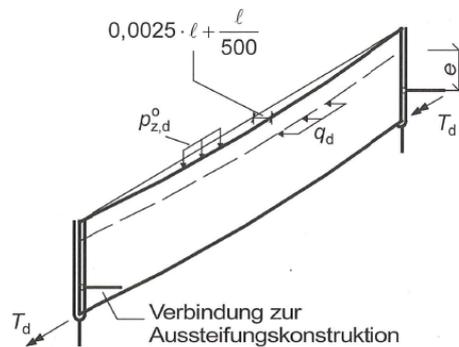


Bild 18: Ermittlung der Lagerungskräfte [1]

Der Abstand e entspricht dem Abstand der Aussteifungskonstruktion in der Dachebene zum Haltepunkt des Biegeträgers am Auflager. Der Zahlenwert 83,3 wird nach DIN 1052 durch den Wert 80 ersetzt. Eine erforderliche Gabellagerung ist entsprechend konstruktiv umzusetzen.

Die Stützkraft der einzelnen Träger sollte dort übernommen werden, wo sie auftritt, nämlich in der Druckzone. Durch schon vorhandene Bauteile in der Konstruktion (Sparren, Pfetten) werden diese Kräfte an die Stabilisierungskonstruktion weitergegeben. Da sich die Ersatzlast aus Verformungen ergibt, ist sie im Gleichgewicht mit den Auflagerreaktionen $A_{d,i}$ des Aussteifungsverbandes. Der Ausgleich mit den Ersatzlasten erfolgt in der Aussteifungsebene. Für das gesamte Gleichgewicht der Aussteifungskonstruktion ist es entscheidend, auf welche Art die Träger beim Auflager gelagert und gegen ein Verdrehen gesichert sind. Im Fall einer Gabellagerung jedes einzelnen Trägers ergibt sich ein Bemessungsmoment für die Lagerung von

$$T_d = \frac{M_d}{80} \text{ da } e = 0.$$

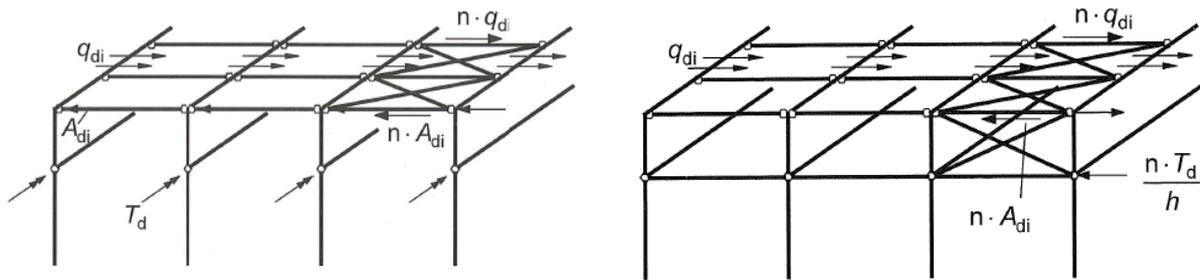


Bild 19: Auflagerreaktionen bei Gabellagerung (links) und Aussteifungskonstruktion beim Auflager des Aussteifungsverbands (rechts) [1]

Zur Ermittlung der Stabilisierungskräfte müssen oft mit viel Aufwand verschiedene Lastkombinationen betrachtet und mit äusseren Lasten überlagert werden, um die maximalen Schnittkräfte zu bestimmen. Die Aussteifungskonstruktion muss alle inneren und äusseren Einwirkungen plus allfällige Auflagerkräfte der stabilisierten Bauteile übernehmen können. Ebenso müssen die Anschlüsse und Verbindungselemente für die entsprechenden Kräfte auszulegen. Der Kraftverlauf, allfällige Exzentrizitäten und die für die Stabilität erforderlichen Gleichgewichte sind genau zu studieren.

Spezielle Stabilitätsprobleme

Fall Trogbrücke

Die Biegeträger in Trogbrücken können auf Grund der erforderlichen Lichtraumprofile nicht durch Verbände stabilisiert werden. Die Fahrbahn kann wohl steif ausgeführt werden, liegt aber auf der Zugseite der Biegeträger, so dass die Druckzone des Biegeträgers oder der Druckgurt des Fachwerkträgers nicht ausgesteift werden können. Steife Quertragsysteme müssen deshalb zu Stabilisierungselementen ausgebildet werden.

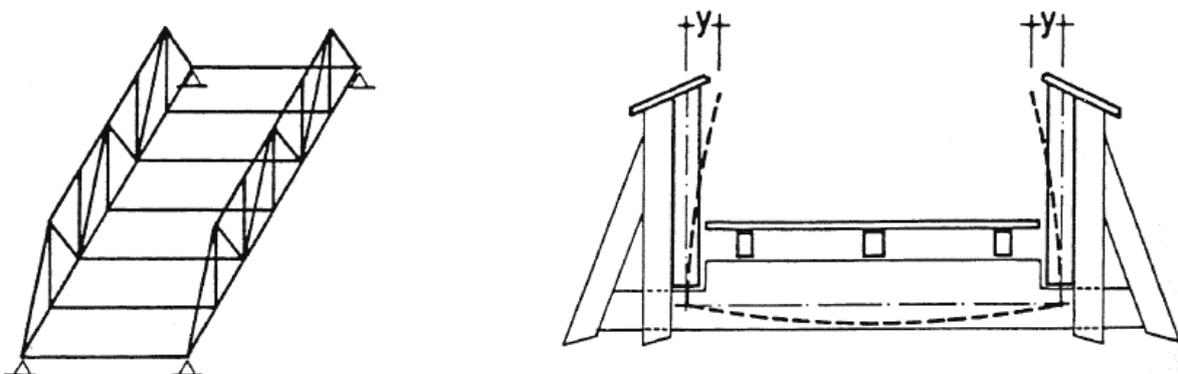


Bild 19: Stabilisierung von Biegeträger in Trogbrücken [7]

Prinzipiell handelt es sich hier um die gleiche Problematik, wie weiter oben beschrieben. Die Quertragsysteme sind steif genug auszubilden, damit die Federn der Abstützungen ausreichen, um die Knickfigur in die gewünschte Form zu bringen. Die Verformung des Quertragsystems selbst muss auf das übliche Mass limitiert werden. Bei asymmetrischen Knickformen des Druckgurts ist darauf zu achten, dass sich das steife Quertragsystem verdrehen kann, und so die Hauptträger zusätzlich vertikal belastet. Die Stabilisierungskräfte sind in diesem Fall, da sie sich nicht im Gleichgewicht befinden, über den Aussteifungsverband, der mit der Fahrbahn kombinierbar ist, zu den Auflagern abzutragen.

Fall Hallenrahmen

Bei Hallenrahmen mit steifen Rahmenecken sind die Momentenverläufe, die Steifigkeiten der Bauteile sowie die Lagerbedingungen insbesondere bei der steifen Rahmenecke weniger offensichtlich. Schon bei der Ermittlung der Knicklängen sind die Hallengeometrie sowie das Verhältnis der Riegelsteifigkeiten zu den Stützensteifigkeiten zu berücksichtigen. Erschwerend kommt dazu, dass die Rahmenecken im Holzbau nicht unendlich steif ausgebildet werden können.

Die grössten Biegemomente treten in der Rahmenecke mit umgedrehtem Vorzeichen auf. Da sich der Dachverband meistens auf der Oberseite des Riegels befindet bedeutet dies, dass die gedrückte Unterseite des Rahmens nicht stabilisiert ist. Da zudem die Rahmenecke nur gegen seitliches Verschieben gehalten, ansonsten aber drehbar ist, werden zur Stabilisierung oft Kopfbänder eingebaut oder andere Stabilisierungsmassnahmen vorgenommen. Eine Kontrolle der Kipplänge könnte verwendet werden um abzuschätzen, ob eine Aussteifung der Rahmenecke erforderlich ist oder nicht.

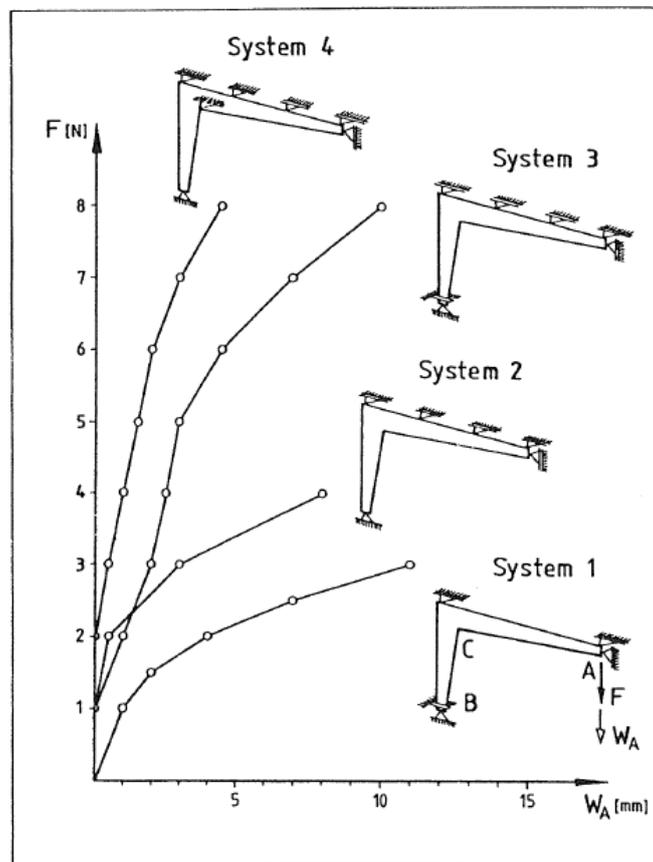


Bild 21: Belastungsversuche an unterschiedlich ausgesteiften Rahmen [6]

Ergebnisse aus Versuchen an einem Modellrahmen stellen die Kraft dar, die aufgenommen werden kann, bevor der Rahmen eine Instabilität aufweist. Von besonderem Interesse sind folgende Beispiele der Aussteifung: die Stabilisierung des Obergurts durch Pfeilen (System 2), die Stabilisierung der Rahmenecke an der unten liegenden Druckzone durch ein Kopfband (System 4) und die Verhinderung der Drehbarkeit des Fusspunktes des Rahmenstiels durch eine Gabellagerung (System 1 und 3). Der Rahmen des Systems 1 ergibt erwartungsgemäss die geringste Versagenslast. Das System 2 stellt die einfachste Lösung für die praktische Anwendung dar. Da die Druckzone in der Rahmenecke ausbeult, und sich der Rahmenstiel verdrehen kann, wird wohl eine Verbesserung erzielt, die Instabilität tritt aber trotzdem bei verhältnismässig geringen Lasten auf.

Die Drehverhinderung am Lagerungspunkt des Rahmenstiels, oder die direkte Stabilisierung der Rahmenecke erzeugen eine Laststeigerung, die mehr als zweimal grösser ist als im System 1. Interessanterweise bewirken die beiden letzten Massnahmen in diesem Modellversuch ähnliche Verbesserungen. Diese hängen aber stark vom Verhältnis der Steifigkeiten des Stiels und des Riegels ab. Für diese Systeme sind ebenfalls Verfahren verfügbar [6] die erlauben das Kippen über Ersatzschlankheiten der Systeme zu kontrollieren. Die Stabilisierungskräfte auf den Aussteifungsverband können über eine Gleichstreckenlast q_d berechnet werden, die Normkraft im Druckgut kann wiederum mittels mit der Riegelhöhe ermittelt werden. Für die Bemessung der Kopfbänder müsste der Fall einer Einzelabstützung betrachtet werden. In jedem Fall handelt es sich hier um komplexe und besondere Fälle, da die meisten Randbedingungen gemäss zu den theoretischen Ansätzen (Querschnitte konstant, Schnittkräfte konstant, Gabellagerung, etc.) nicht eingehalten sind. Berechnungen zweiter Ordnung an räumlichen Systemen könnten in solchen Fällen Klarheit schaffen.

Fall Stabilisierung von unterspannten Trägern oder am Obergurt gelagerten Fachwerkträgern

Biegeträger zu unterspannen stellen effiziente Lösungen dar, um mit einfachen Mitteln grössere Spannweiten zu überbrücken. Da die Unterspannung oft in Stahl ausgeführt wird, wirken diese Bauteile sehr leicht. Auf Grund der Geometrie resultieren kleine Winkel zwischen dem Gurt und der Unterspannung, die zu grossen Normkräften im Biegeträger und der Unterspannung führen.

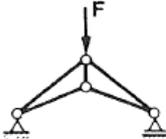
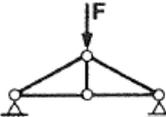
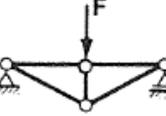
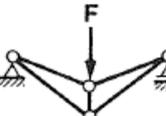
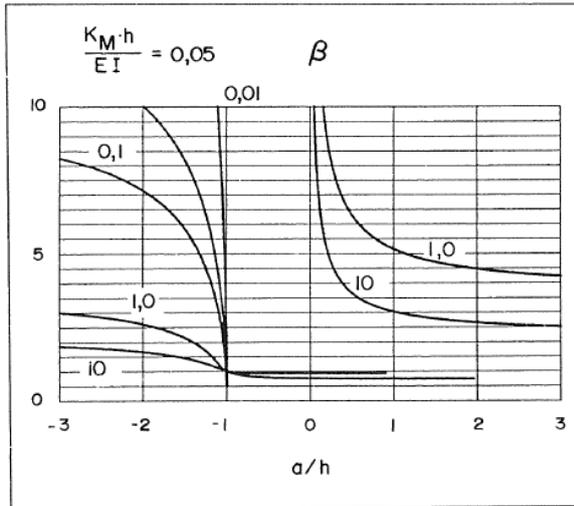
Trägerausbildung	Geometrie	Pfostenkraft	Stabilität
	$a/h > 0$	Zug	garantiert
	$a/h = 0$ da $a = 0$	null	garantiert
	$0 > a/h > -1$	Druck	nicht garantiert
	$a/h = -1$ und $a = h$	Druck	nicht garantiert
	$-1 > a/h$	Druck	nicht garantiert

Bild 22: Stabilitätsproblem bei unterspannten Trägern [6]

Je nach Geometrie erfährt der Pfosten Zug- oder Druckkräfte. Wenn der Pfosten auf Druck beansprucht ist, verhält er sich wie eine im Gurt eingespannte Stütze. Die Einspannung ist dabei abhängig von der Anschlusssteifigkeit vom Pfosten zum Riegel (elastischer Momentenanschluss), und von der Torsionssteifigkeit des Gurts. Weiter ist die seitliche Stabilität auch

von den geometrischen Grössen a (Position der Unterspannung) und h (Bauteilhöhe) abhängig. Die Grundlagen zu den Berechnungsansätzen sind in [6] zu finden.



Kritische Knicklast des Systems:

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot EI}{\beta^2 \cdot h}$$

Aussteifungskraft für eine Einzelabstützung:

$$\text{für } \frac{a}{h} < -1 : H = P \cdot \frac{\delta_0 + f}{h} \cdot \left(1 + \frac{h}{a}\right) - \frac{k_M}{h} \cdot \frac{f}{h}$$

$$\text{mit } k_M = \frac{1}{3} \cdot \frac{2GI_T}{L_D}$$

GI_T : Drillsteifigkeit des Gurts

L_D : Distanz zwischen Haltepunkten

$$\text{für } \frac{a}{h} \geq 0 : H = 0$$

Bild 23: Abschätzen der Knicklast und der erforderlichen Stabilisierungskräfte [6]

Die kritische Last P_{crit} , für welche der Unterspannungspunkt instabil wird ergibt sich aus β in Abhängigkeit der elastischen Einspannung k_M des Pfostens im Gurt. Wenn die Pfostenkräfte P_d grösser sind als P_{crit} muss der Unterspannungspunkt stabilisiert werden, die anzusetzende Horizontalkraft ergibt sich aus den oben aufgeführten Formeln (Definition von $\frac{a}{h}$ beachten). Die Anfangsschiefstellung δ_0 des Pfostens und die spannungsfreie, seitliche Auslenkung f des Trägers fliessen in die Berechnung ein.

Literatur

- [1] Blass H.J.; Ehlbeck J.; Kreuzinger H.; Steck G., *Entwurf, Bemessung und Berechnung von Holzbauwerken*, Erläuterung zu DIN 1052: 2004-08, DGfH, Bruderverlag, 2005, München
- [2] Brüninghoff, H, *Aussteifung – Bemessung*, Step 1: Holzbauwerke nach Eurocode 5 – Bemessung und Baustoffe, Arbeitsgemeinschaft für das Holz e. V., 1995, Düsseldorf
- [3] Cziesielski E., *Beulen randparalleler orthotroper Platten mit linearer und parabolischer Normalspannungsverteilung entlang der Beulfeldlänge*, Dissertation, Universität Hamburg, 1970
- [4] Eurocode 5, *Bemessung und Konstruktion von Holzbauten - Teil 1-1: Allgemeine Regeln und Regeln für den Holzbau*, EN 1995-1-1:2004, CEN, 2004, Brüssel
- [5] Hirt M.A., Bez R., *Stahlbau – Grundbegriffe und Bemessungsverfahren*, PPUR, 2007, Lausanne
- [6] Kessel M.H., *Zur Aussteifung von Holzkonstruktionen*, Statischer Nachweis von Holzkonstruktionen, Bundesamt für Konjunkturfragen, Eidg. Druck- und Materialzentrale, 1991, Bern
- [7] Kessel M.H., *Dimensionnement à la stabilité transversale - plaques et lambrissages*, Kursunterlagen, EPFL
- [8] SIA 265, *Holzbau*, Schweizerischer Ingenieur- und Architektenverband, 2003, Zürich

