



Bemessung von Scheiben

Pirmin Jung
Dipl. Holzbauingenieur FH/SIA
PIRMIN JUNG Ing. für Holzbau AG
Rain, Schweiz

Bemessung von Scheiben

1. Einleitung

Mehrgeschossige Holzbauten werden bezüglich horizontaler Beanspruchung meistens hochgradig statisch unbestimmt ausgeführt. Dies kommt insbesondere davon, weil in beide Tragrichtungen üblicherweise mindestens zwei Tragwände angeordnet werden. Bei nur leichter Torsionsbeanspruchung durch Exzentrizitäten in der Lasteinleitung oder durch unterschiedliche Steifigkeiten der Tragwände wirken diese zusammen. Sie beteiligen sich je nach ihrer Steifigkeit unterschiedlich an der Lastabtragung. Es ist also unbedingt notwendig, die horizontale Steifigkeit der Tragwände zu kennen, um eine qualitative Aussage zur Verteilung der Lasten auf die beteiligten statischen Tragelemente zu machen. Die Verformungsnachweise nach SIA 260(2003) Tabelle 4 oder die Ermittlung der Grundschiwingzeit zum Erdbebennachweis können nur dann zuverlässig durchgeführt werden, wenn die Steifigkeiten der Tragelemente bekannt ist.

Obwohl das Bauen mit Holzrahmenkonstruktionen im Laufe des 20. Jahrhunderts eine grosse Akzeptanz gefunden hat und obwohl die Holzrahmenbauelemente eine wichtige Funktion im Rahmen der horizontalen Lastabtragung eines Gebäudes besitzen, gab es bis zu den von Prof. Dr.-Ing. Martin H. Kessel begleiteten Forschungsarbeiten an der TU Braunschweig und an der FH Hildesheim keine im Sinne der Baustatik geschlossene Theorie zur Beschreibung des Tragverhaltens und zur Bestimmung ihrer Tragfähigkeit und Steifigkeit. Die erarbeiteten Nachweisverfahren fanden Eingang in die Neuerscheinung der DIN 1052:2004-08. Trotz der Kenntnis des ausgeprägt duktilen Verhaltens des Verbundes von Beplankung und Rippen werden zunächst nur ideal elastische Stoffgesetze verwendet und auch keine geometrisch nichtlinearen Effekte berücksichtigt. Es handelt sich um eine elastische, geometrisch lineare Beschreibung. Die Berechnungsansätze können bei entsprechender Kreativität des projektierenden Ingenieurs bezüglich Definition des statischen Systems auf alle bekannten Holzbausysteme adaptiert werden.

Im Folgenden werden in [1] ausführlich beschriebene Nachweisverfahren für die statische Berechnung von Holzrahmenbauwänden und Rippendecken zusammenfassend aufgezeigt sowie die Ermittlung der Schnittkräfte und der Verformungen für ein Mustergebäude durchgeführt. Es ist ein Auszug aus der ausführlichen Publikation „*Erdbebengerechte, mehrgeschossige Holzbauten*“, welche von der LIGNUM im Sommer 2009 publiziert wird.

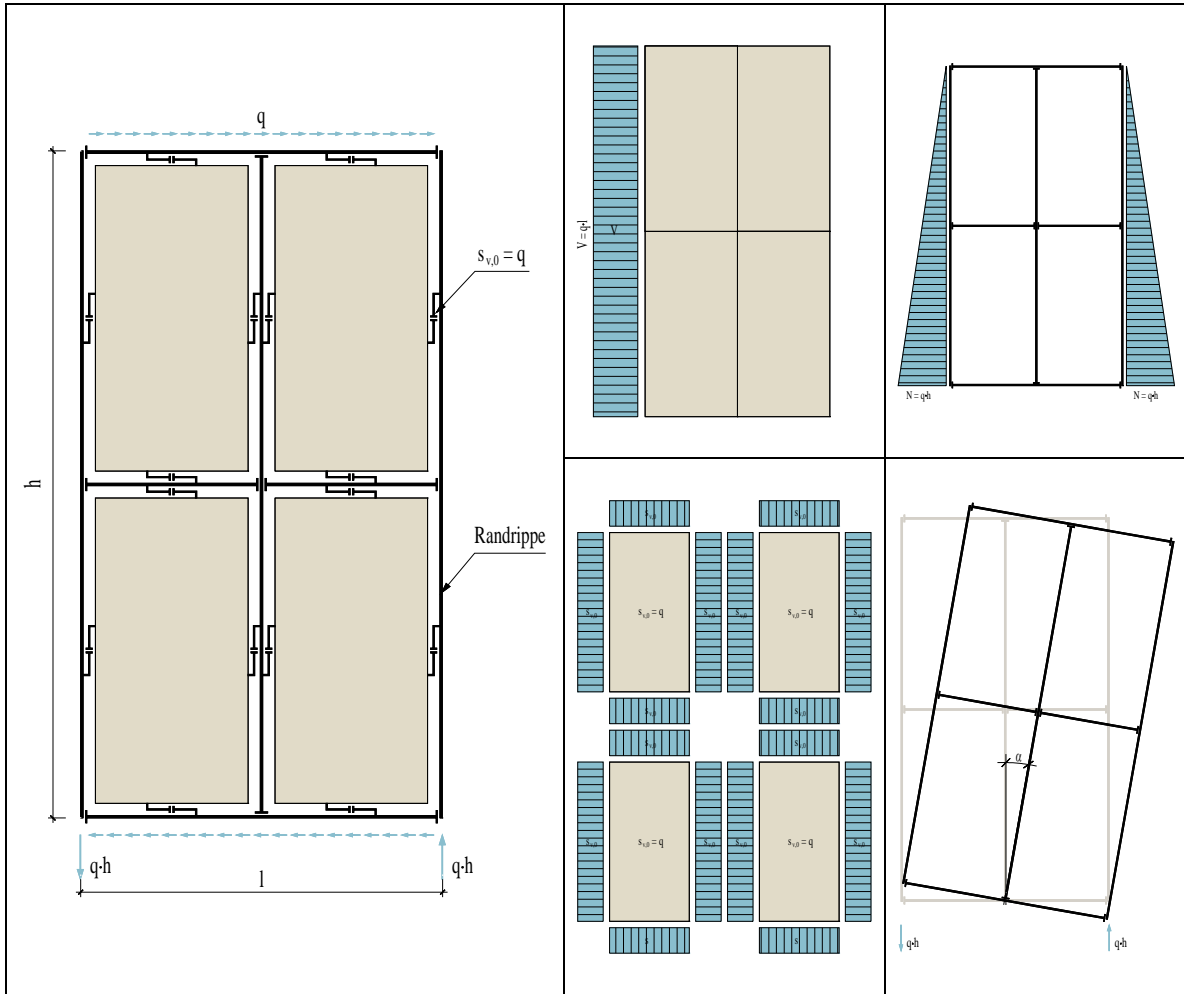
2. Berechnung mit dem Schubfeldmodell

Holzrahmenbauelementen bestehen aus einer Rahmenkonstruktion aus Holz, die ein- oder beidseitig mit einem Holzwerkstoff beplankt ist. Die Beplankung ist meistens aufgeklemmt und die einzelnen Rahmenbauelemente werden untereinander und am statischen Auflager mit metallischen Verbindungsmitteln verbunden.

2.1 Wandscheibe in Rahmenbauweise

Das Verformungsverhalten einer Wandscheibe in Holzrahmenbauweise kann mit Hilfe des Schubfeldmodells [1], symbolisch dargestellt in Figur 1 grosses Bild links, erfasst werden. Das Schubfeld wird durch die Beplankung der Holzrahmenbauwand gebildet. Die Schubbeanspruchung der Beplankung resultiert aus der horizontalen Gleichstreckenlast, die mittels mechanischen Verbindungsmitteln vom Kopfholz kontinuierlich in die Beplankung eingeleitet wird.

Die horizontale Gesamtverformung der Holzrahmenbauwand resultiert aus der Querkraftbeanspruchung der Beplankung, dem Schubfluss im Verbund, der Normkraftbeanspruchung der vertikalen Randstützen und der Nachgiebigkeit der Verankerung.



Figur 1: Statisches Modell einer Holzrahmenbauwand mit den wirkenden Schnittkräften (Querkraft in der Beplankung, Normalkraft in den vertikalen Randstützen, Schubfluss in den mechanischen Verbindungsmitteln und Normalkraft in der Verankerung).

2.1.1 Verformungsanteil infolge Querkraftbeanspruchung der Beplankung

Die Beplankung wird durch den Schubfluss in den Verbindungsmitteln randparallel rein auf Schub beansprucht. Dabei kann nach [1] von einer konstanten Schubbeanspruchung über die gesamte Wandhöhe ausgegangen werden. Der Verformungsanteil der Beplankung unter einer horizontalen Einwirkung kann wie folgt bestimmt werden:

$$u_{G,inst,i} = \sum_i \int_{l_i} \frac{V_i \cdot V'_i}{G_i \cdot A_i^*} \cdot dx$$

Für Figur 1 gilt : $u_{G,inst,i} = \frac{q \cdot l \cdot h}{G_i \cdot A_i^*}$

- $u_{G,inst}$ = Verformungsanteil der Beplankung [mm]
- V = Querkraftbeanspruchung der Beplankung unter der Einwirkung $q \cdot l = F$ [N]
- V' = Querkraftbeanspruchung der Beplankung unter der Einwirkung $F' = 1$ [-]
- A^* = Reduzierte Schubverformungsfläche [mm²]
- G = Schubmodul des Beplankungsmaterials [N/mm²]
- q = Einwirkung [N/mm]
- h = Höhe der Wandtafel [mm]
- l = Länge der Wandtafel [mm]

2.1.2 Verformungsanteil infolge des Schubflusses im Verbund

Der Verformungsanteil der Verbindungsmittel einer einseitig beplankten Holzrahmenbauwand, der aus dem Schubfluss im Verbund resultiert, beträgt:

$$u_{K,inst,i} = \sum \frac{S_{v0} \cdot S'_{v0}}{K_{ser}} \quad \text{Für Figur 1 gilt: } u_{K,inst,i} = 2 \cdot [(1+n) \cdot l + (1+m) \cdot h] \cdot \frac{q \cdot l \cdot a_{v,i}}{K_{ser,i} \cdot l^2}$$

- $u_{K,inst}$ = Verformungsanteil der Verbindungsmittel [mm]
- S_{v0} = Schubbeanspruchung des Verbindungsmittel unter der Einwirkung $q \cdot l = F$ [N]
- S'_{v0} = Schubbeanspruchung des Verbindungsmittel unter der Einwirkung $F'=1$ [-]
- K_{ser} = Verschiebemodul der Verbindungsmittel [N/mm]
- n = Anzahl Horizontalstösse der Beplankung
- l = Länge der Wandtafel [mm]
- m = Anzahl Vertikalstösse der Beplankung
- h = Höhe der Wandtafel [mm]
- q = Einwirkung [N/mm]
- a_v = Abstand der Verbindungsmittel [mm]

2.1.3 Verformungsanteil infolge Normalkraftbeanspruchung der Randstützen

Die Verformung infolge Normalkraftbeanspruchung der Randstützen beträgt:

$$u_{E,inst,i} = \sum_i \int_{l_i} \frac{N_i \cdot N'_i}{E_i \cdot A_i} \cdot dx \quad \text{Für Figur 1 gilt: } u_{E,inst,i} = \frac{2}{3} \cdot \frac{q \cdot l}{E_i \cdot A_i} \cdot \frac{h^3}{l^2}$$

- $u_{E,inst}$ = Verformungsanteil der vertikalen Randhölzer [mm]
- N = Normalkraftbeanspruchung der Randstützen unter der Einwirkung $q \cdot l = F$ [N]
- N' = Normalkraftbeanspruchung der Randstützen unter der Einwirkung $F'=1$ [-]
- E = E-Modul parallel zur Faserrichtung [N/mm²]
- A = Querschnittsfläche der Rippen [mm²]
- l = Länge der Wandtafel [mm]
- h = Höhe der Wandtafel [mm]
- q = Einwirkung [N/mm]

In [1] wird der Fall beschrieben, dass die Randständer auf den Schwellen aufstehen. Wir vertreten die Meinung, dass in mehrgeschossigen Holzbauten auf diese Querdruckbeanspruchung wenn immer möglich verzichtet werden soll. Stösse von Randstützen sollen deshalb immer mit Hirnholzkontakt ausgeführt werden und die Randstützen sollten über ein Mörtelbett direkt auf dem Beton aufstehen. Der Nachweis des Querdruckes aus [1] wird hier deshalb nicht aufgeführt. Und anders als nach [1] beschrieben, berücksichtigen wir die Normalkraftbeanspruchung der Schwelle und des Kopfholzes nicht, da diese infolge der kontinuierlichen Lasteinleitung bei dem in Figur 1 abgebildeten Schubfeldmodell nicht auftreten.

2.1.4 Verformungsanteil infolge Nachgiebigkeit der Tragwandverankerung

Bei den Verankerungen und Anschlüssen am Stockwerkübergang wird hier davon ausgegangen, dass sowohl die positiven als auch die negativen Auflagerkräfte nur über die mechanischen Verbindungsmittel abgetragen werden. Mit dieser konstruktiven Gestaltung der Anschlüsse kann im Erdbebenfall optimal Energie dissipiert werden.

Aufgrund der Nachgiebigkeit der Verankerungen und Wandanschlüsse kommt es infolge der Momentenbeanspruchung zu einer Rotation der Wandscheibe (Figur 1 kleines Bild unten rechts). Die daraus resultierende horizontale Auslenkung der Tragwand berechnet sich zu:

$$u_{inst} = h \cdot \sin(\alpha)$$

$$\begin{aligned} \text{arc } \alpha_i &= \frac{b}{r} \quad \rightarrow \quad \text{mit } b = \frac{M}{l \cdot K_{ser}} \quad \text{und } r = \frac{l}{2} \\ &= \frac{2 \cdot M}{l^2 \cdot K_{ser}} \end{aligned}$$

Für den Winkel im Gradmass gilt : Für den Winkel im Bogenmass gilt :

$$\alpha_i = \frac{2 \cdot M \cdot 180}{l^2 \cdot K_{ser} \cdot \pi} \qquad \text{arc } \alpha_i = \frac{2 \cdot M}{l^2 \cdot K_{ser}}$$

u_{inst} = horizontale Auslenkung infolge Nachgiebigkeit der Verankerungen und Anschlüsse [m]

$\text{arc } \alpha$ = Rotationswinkel der Tragwand im Bogenmass [rad]

M = Einspannmoment auf dem Niveau der Verankerungen bzw. der Anschlüsse [kNm]

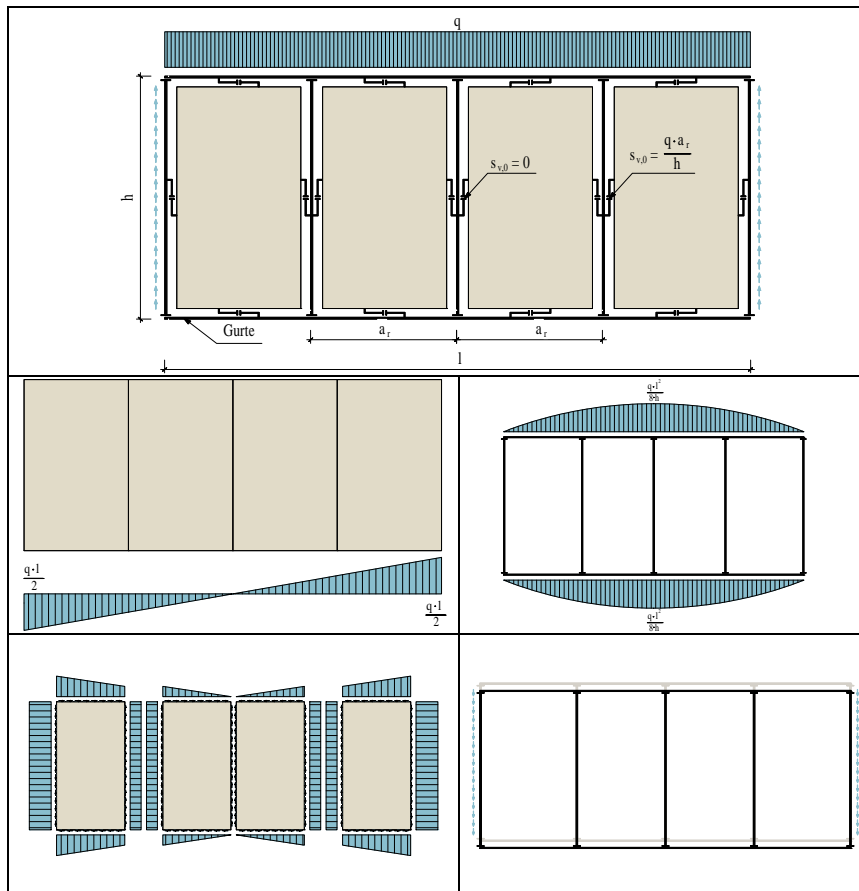
l = Länge der Tragwand [m]

K_{ser} = Verschiebungsmodul des Anschlusses [kN/m]

r = Radius des Drehwinkels $\text{arc } \alpha$ [m]

2.2 Rippendecke als Deckenscheibe

Die Funktionsweise einer Deckenscheibe in Holzrahmenbauweise, bestehend aus einer mit Holzwerkstoffplatten beplankten Balkenlage, kann analog zur Holzrahmenbauwand mit dem Schubfeldmodell beschrieben werden. Die massgebenden Verschiebungen in der Deckenscheibe resultieren aus der Querkraftbeanspruchung der Beplankung, dem Schubfluss im Verbund und der Normalkraftbeanspruchung der Gurthölzer infolge der auftretenden Biegemomente.



Figur 2: Statisches Modell einer Deckenscheibe unter seismischer Beanspruchung mit den wirkenden Schnittkräften (Querkraft in der Beplankung, Schubfluss im Verbund zwischen Beplankung und Tragrippen, Normalkraft in den Gurthölzern und der Deckenverankerung).

2.2.1 Verformungsanteil infolge Querkraftbeanspruchung der Beplankung

Die Beplankung wird durch den Schubfluss in den Verbindungsmitteln randparallel rein auf Schub beansprucht. Dabei kann nach [1] von einer konstanten Schubbeanspruchung über die gesamte Wandhöhe ausgegangen werden. Der Verformungsanteil einer einseitig beplankten Balkenlage kann wie folgt berechnet werden:

$$u_{G,inst,i} = \sum_i \int_{l_i} \frac{V_i \cdot V_i'}{G_i \cdot A_i^*} \cdot dx \quad \text{Für Figur 2 gilt : } u_{G,inst,i} = \frac{q \cdot l_d^2}{8 \cdot G_i \cdot A_i^*}$$

- $u_{G,inst}$ = Verformungsanteil der Beplankung [mm]
 V = Querkraftbeanspruchung der Beplankung unter der Einwirkung $q \cdot l = F$ [N]
 V' = Querkraftbeanspruchung der Beplankung unter der Einwirkung $F' = 1$ [-]
 A^* = Reduzierte Schubverformungsfläche [mm²]
 G = Schubmodul des Beplankungsmaterials [N/mm²]
 q = Einwirkung [N/mm]
 l_d = Länge der Deckenscheibe [mm]

2.2.2 Verformungsanteil infolge des Schubflusses im Verbund

Der Verformungsanteil der Verbindungsmittel, der aus dem Schubfluss im Verbund resultiert, kann für eine einseitig beplankten Deckentafel in Holzrahmenbauweise (Plattenstöße schubsteif verbunden) wie folgt berechnet werden:

$$u_{K,inst} = \sum \frac{S_{v,0} \cdot S'_{v,0}}{K_{ser}} \quad \text{Für Figur 2 gilt : } u_{K,inst} = \left(\frac{l_d}{h_p} + \frac{l_d}{l_p} \right) \cdot \frac{q \cdot l_d \cdot a_{v,i}}{4 \cdot h_d \cdot K_{ser,i}}$$

- $u_{K,inst}$ = Verformungsanteil der Verbindungsmittel [mm]
 $S_{v,0}$ = Schubbeanspruchung des Verbindungsmittel unter der Einwirkung F [N]
 $S'_{v,0}$ = Schubbeanspruchung des Verbindungsmittel unter der Einwirkung $F'=1$ [-]
 K_{ser} = Verschiebungsmodul der Verbindungsmittel [N/mm]
 l_d = Länge der Deckenscheibe [mm]
 l_p = Länge der einzelnen Holzwerkstoffplatten [mm]
 h_d = Höhe der Deckenscheibe [mm]
 h_p = Höhe der einzelnen Holzwerkstoffplatten [mm]
 q = Einwirkung [N/mm]
 a_v = Abstand der Verbindungsmittel am Plattenrand und bei den Plattenstößen [mm]

2.2.3 Verformungsanteil infolge Normalkraftbeanspruchung der Gurthölzer

Die Verformung der Gurthölzer, die aus der Normalkraftbeanspruchung resultiert, kann wie folgt berechnet werden:

$$u_{E,inst,i} = \sum_i \int_{l_i} \frac{N_i \cdot N_i'}{E_i \cdot A_i} \cdot dx \quad \text{Für Figur 2 gilt : } u_{E,inst,i} = \frac{5 \cdot q \cdot l_d^4}{192 \cdot E_i \cdot A_i \cdot h_d^2}$$

- $u_{E,inst}$ = Verformungsanteil der Gurthölzer [mm]
 N = Normalkraftbeanspruchung der Gurthölzer unter der Einwirkung $q \cdot l = F$ [N]
 N' = Normalkraftbeanspruchung der Gurthölzer unter der Einwirkung $F'=1$ [-]
 E = E-Modul parallel zur Faserrichtung [N/mm²]
 A = Querschnittsfläche der Gurthölzer [mm²]
 l_d = Länge der Deckenscheibe [mm]
 h_d = Höhe der Deckenscheibe [mm]
 q = Einwirkung [N/mm]

Im Unterschied zu [1] wird die Normalkraftverformung in den Balken nicht berücksichtigt, weil die Schubkräfte aus Erdbeben in der Regel über die Deckenfläche verteilt wirken und bei Windbeanspruchung die Lastenleitung meistens an den zwei Längsrändern auf Druck und Zug erfolgt, sodass in den Rippen kaum Normalkräfte auftreten.

2.2.4 Verformungsanteil der Verankerung der Scheiben in den Tragwänden

Die Nachgiebigkeit der Verbindungsmittel, welche die Anschlüsse der Deckenscheibe an die Tragwände bilden, kann wie folgt berechnet werden:

$$u_{Ks,inst,i} = \frac{q \cdot l_d \cdot a_{v,i}}{2 \cdot h_{Tw,i} \cdot K_{ser,i}}$$

- $u_{Ks,inst}$ = Verformungsanteil der Scheibenverankerung [mm]
 K_{ser} = Verschiebungsmodul der Verbindungsmittel [N/mm]
 l_d = Länge der Deckenscheibe [mm]
 h_{Tw} = Länge der Tragwand, in welcher die Deckenscheibe verankert wird [mm]
 q = Einwirkung [N/mm]
 a_v = Abstand der Verbindungsmittel [mm]

2.2.5 Gesamte resultierende Verformung der Deckenscheibe

Bei einer einseitig beplankten Deckenscheibe in Holzrahmenbauweise mit beidseitiger Lagerung ergibt sich die gesamte Verformung der Deckenscheibe zu:

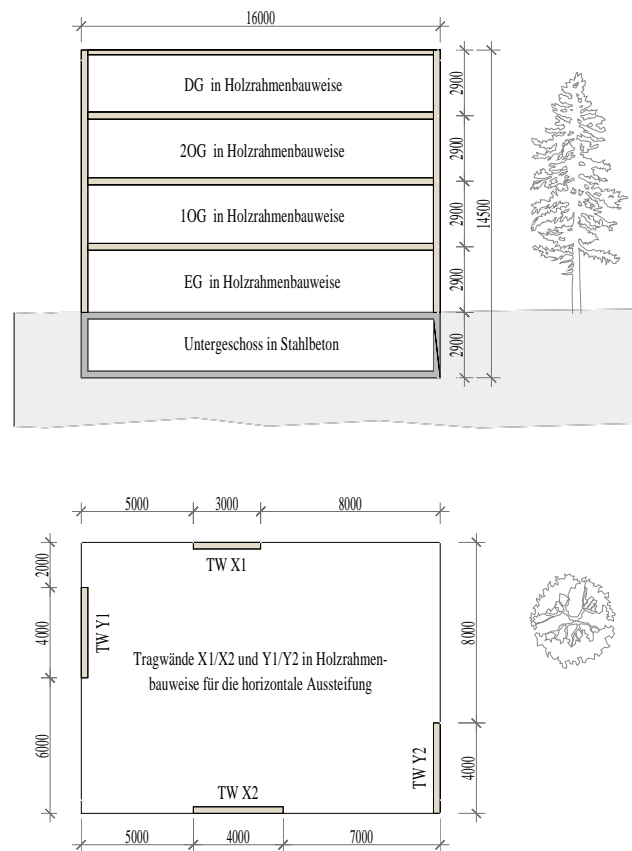
$$u_{inst} = u_{G,inst} + u_{K,inst} + u_{E,inst} + \sum \frac{u_{Ks,inst,i}}{2}$$

- $u_{G,inst}$ = Verformungsanteil der Beplankung [mm]
 $u_{K,inst}$ = Verformungsanteil der Verbindungsmittel [mm]
 $u_{E,inst}$ = Verformungsanteil der Gurthölzer [mm]
 $u_{Ks,inst,i}$ = Verformungsanteil der Scheibenverankerung i in den Tragwänden (in der Regel 2 x entlang der Scheibenhöhe) [mm]

3. Anwendungsbeispiel

Anhand eines Mustergebäudes wird aufgezeigt, wie die Nachweisführung der horizontalen Aussteifung erfolgen kann. Dazu wird als erstes eine Ersatzsteifigkeit der Tragwände ermittelt, um diese im EDV-Programm nur noch als einfacher Biegestab abbilden zu können. Am räumlichen Stabwerksmodell werden dann die Verformungen und die Schnittkräfte ermittelt.

3.1 Mustergebäude



Figur 3: Grundriss und Querschnitt des Mustergebäudes

3.2 Tragwandkonstruktion

Figur 4 zeigt die Konzeption der gewählten Tragwände im Detail. Die Beplankung, Verklammerung und Randstützen sind hier zwecks Vereinfachung bei allen Tragwänden identisch ausgeführt. Tragwand TWX1 unterscheidet sich einzig mit ihrer Wandlänge von 3,0m von den Tragwänden TWX2, TWY1 und TWY2, welche allesamt 4,0m lang sind. Die Verankerung der vertikalen und horizontalen Auflagerreaktionen auf die Stahlbetondecke über dem Untergeschoss erfolgt mit eingeschlitzten Stahlblechen und Stabdübelanschlüssen. Die Stahlbleche werden auf Stahleinlagen (Schweissgrund) geschweisst, welche in die Stahlbetondecken eingelegt werden. Im Zusammenhang mit der Konzeption der Stabdübelanschlüsse ist zu beachten, dass neben den Zugkräften auch die Druckkräfte mittels der Stabdübel und nicht über Kontaktpressung abgetragen werden, um im Erdbebenfall möglichst viel Energie dissipieren zu können. Nur so darf der Verhaltensbeiwert $q = 3,0$ zur Reduktion der Erdbebenkräfte verwendet werden.

Als Deckenscheiben werden HBV-Decken mit 120mm Überbeton ausgeführt. Sie können so näherungsweise als starre Membrane modelliert werden.

Tragwand TWX1

Konzeption der Tragwände
TWX1/2 und TWY1/2**Beplankung:**

Beidseitig mit OSB3 15 mm, sämtliche Plattstöße hinterlegt und verklammert.

- Plattenbreite 1,00 m
- Plattenhöhe 2,90 m

Verklammerung:

- Alle Plattenränder zweireihig verklammert
- Klammer 1,53 x 55 mm
- Klammerabstand 24 mm
- K_{ser} pro Klammer 247 N/mm
- R_d pro Klammer 0,309 kN

Randstützen:

- BSH GL28h 200/220 mm
- Bruttoquerschnitt 44'000 mm²
- Nettoquerschnitt 31'830 mm²

Schwelle:

- BSH GL24h 140/200 mm
- Bruttoquerschnitt 28'000 mm²
- Nettoquerschnitt 21'100 mm²

Anschluss am Stockwerkübergang:

- 3 eingeschlitzte Bleche FLA S235 t = 8 mm
- Kopfplatten FLA S235 t = 20 mm 200/220mm
- Stabdübel d = 8mm FGK 5.6 $f_{u,k}$ 500 N/mm²
- Anzahl Stabdübel hintereinander 4 Stk.
- Anzahl Stabdübelreihen 4.
- K_{ser} Anschluss 200 kN/mm

Anschluss Zugverankerung auf Stahlbetondecke:

- 3 eingeschlitzte Bleche FLA S235 t = 8mm
- Kopfplatten FLA S235 t = 30 mm 320/360mm
- Stabdübel d = 8mm FGK 5.6 $f_{u,k}$ 500 N/mm²
- Anzahl Stabdübel hintereinander 4 Stk.
- Anzahl Stabdübelreihen 4
- K_{ser} Anschluss 400 kN/mm

Anschluss Querkraftverankerung auf Stahlbetondecke:

- 3 eingeschlitzte Bleche FLA S235 t = 8mm
- Kopfplatten FLA S235 t = 30 mm 320/360mm
- Stabdübel d = 8mm FGK 5.6 $f_{u,k}$ 500 N/mm²
- Anzahl Stabdübel hintereinander 5 Stk.
- Anzahl Stabdübelreihen 2
- K_{ser} Anschluss 240 kN/mm



Figur 4: Perspektive der Tragwand TWX1, der Verankerungspunkte in die Fundation, die Stockwerksübergänge und detailliert die gewählte Konzeption der Tragwände in Tragrichtung x und y.

Der Tragwiderstand der Anschlüsse wird im Berechnungsbeispiel vom Erdgeschoss bis zum Dachgeschoss konstant gewählt, obwohl aufgrund der kleineren Auswirkungen eine Reduktion der Tragwiderstände denkbar wäre. Die horizontal wirkenden Anschlusskräfte am Stockwerkübergang werden direkt über die Verklammerung der Beplankung zur nächsten Beplankung übertragen. Die Verbindungen am Stockwerkübergang zwischen den Tragwänden und den Deckenscheiben haben die Funktion, die Horizontalkräfte aus den Decken in die Tragwände einzuleiten. Diese Anschlüsse werden mit linear angeordneten, paarweise schräg eingeschraubten Vollgewindeschrauben ausgebildet. Diese werden am Stockwerkübergang in die Querriegel der Tragwände eingedreht und in den Überbeton der HBV-Decke eingebunden.

3.2.1 Horizontales Verformungsverhalten der Holzrahmenbauwand

In einem ersten Schritt wird die Verformung einer geschosshohen Tragwand unter der Einheitslast von 1,00 kN ermittelt, um die Summen dieser Verformungen in einem zweiten Schritt zusammen zu fassen und in die für die Tragwand relevante Schub- und Biegesteifigkeit umzurechnen.

Auslenkung infolge Normalkraftbeanspruchung der Randstützen für $F = 1\text{ kN}$:

$$u_{E,inst} = \frac{2}{3} \cdot \frac{F \cdot h^3}{E_i \cdot A_i \cdot l^2} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1'000\text{ N} \cdot (2'900\text{ mm})^3}{12'000\text{ N/mm}^2 \cdot 200\text{ mm} \cdot 220\text{ mm} \cdot (3'000\text{ mm})^2} = 3,42 \cdot 10^{-3}\text{ mm}$$

- $u_{E,inst}$ = Verformungsanteil der vertikalen Randstützen [mm]
 E = E-Modul parallel zur Faserrichtung [N/mm²]
 A = Querschnittsfläche der Rippen [mm²]
 l = Länge der Wandtafel [mm]
 h = Höhe der Wandtafel [mm]
 F = horizontale Kraft [N]

Auslenkung infolge Nachgiebigkeit einer Beplankung für $F = 1\text{ kN}$:

$$u_{G,inst} = \frac{F \cdot h}{G \cdot A^*} = \frac{1'000\text{ N} \cdot 2'900\text{ mm}}{1'080\text{ N/mm}^2 \cdot \left(\frac{5}{6} \cdot 15\text{ mm} \cdot 3'000\text{ mm}\right)} = 71,6 \cdot 10^{-3}\text{ mm}$$

- $u_{G,inst}$ = Verformungsanteil einer Beplankung [mm]
 A^* = Reduzierte Schubverformungsfläche [mm²]
 G = Schubmodul des Beplankungsmaterials [N/mm²]
 h = Höhe der Wandtafel [mm]
 l = Länge der Wandtafel [mm]

Auslenkung infolge Nachgiebigkeit des Verbundes einer Beplankung für $F = 1\text{ kN}$:

$$\begin{aligned}
 u_{K,inst} &= 2 \cdot [(1+n) \cdot l + (1+m) \cdot h] \cdot \frac{F \cdot a_v}{K_{ser} \cdot \text{Anzahl Klammerreihen} \cdot l^2} \\
 &= 2 \cdot [(1+0) \cdot 3'000\text{ mm} + (1+2) \cdot 2'900\text{ mm}] \cdot \frac{1'000\text{ N} \cdot 24\text{ mm}}{247\text{ N/mm} \cdot 2 \cdot (3'000\text{ mm})^2} = 126 \cdot 10^{-3}\text{ mm}
 \end{aligned}$$

- $u_{K,inst}$ = Verformungsanteil der Verbindungsmittel einer Beplankung [mm]
 K_{ser} = Verschiebemodul der Verbindungsmittel [N/mm]
 n = Anzahl Horizontalstösse der Beplankung (Beplankung schubfest gestossen!)
 l = Länge der Wandtafel [mm]
 m = Anzahl Vertikalstösse der Beplankung (Beplankung schubfest gestossen!)
 h = Höhe der Wandtafel [mm]
 a_v = Abstand der Verbindungsmittel [mm]

Auslenkung infolge Verankerungen der Randstützen für $F = 1\text{kN}$:

$$u_{K,Drehf} = h \cdot \sin(\alpha) = 2'900\text{mm} \cdot \sin(0,09 \cdot 10^{-3}\text{Grad}) = 4,67 \cdot 10^{-3}\text{mm}$$

$$\text{mit } \alpha_i = \frac{M}{K_{Drehfeder}} \cdot \frac{180}{\pi} = \frac{1\text{kN} \cdot 2,9\text{m}}{1'800 \cdot 10^3 \text{ kNm / rad}} \cdot \frac{180}{\pi} = 0,09 \cdot 10^{-3}\text{Grad}$$

$$\text{mit } K_{Drehfeder} = \frac{l^2 \cdot K_{ser, Anschluss}}{2} = \frac{(3\text{m})^2 \cdot 400\text{MN / m}}{2} = 1'800\text{MNm / rad}$$

- $u_{K,Drehf}$ = horizontale Auslenkung aus der Nachgiebigkeit der Verankerungen und Anschlüsse [m]
 α_i = Rotationswinkel der Tragwand in Grad [°]
 M = Biegemoment auf dem Niveau der Verankerungen bzw. der Anschlüsse [kNm]
 l = Länge der Tragwand [m]
 K_{ser} = Verschiebungsmodul des Anschlusses [kN/m]
 K_{DF} = Drehfedersteifigkeit der Verankerung bzw. der Anschlüsse [kNm/rad]

Gesamte Auslenkung der Tragwand TWX1 im EG unter $F = 1\text{kN}$:

Zu beachten ist, dass die Tragwand TWX1 beidseitig beplankt ist. Somit muss der Verformungsanteil aus der Beplankung und dem Verbund entsprechend zwei mal berücksichtigt werden:

$$\begin{aligned}
 u_{inst} &= u_{E,inst} + \frac{1}{\sum u_{G,inst,i}} + \frac{1}{\sum u_{K,inst,i}} + u_{K,Drehfeder} \\
 &= 3,42 \cdot 10^{-3}\text{mm} + \frac{1}{2 \cdot \frac{1}{71,6 \cdot 10^{-3}\text{mm}}} + \frac{1}{2 \cdot \frac{1}{126 \cdot 10^{-3}\text{mm}}} + 4,67 \cdot 10^{-3}\text{mm} = 107 \cdot 10^{-3}\text{mm}
 \end{aligned}$$

Gegenüberstellung der Auslenkungen der Tragwand TWX1 im EG unter $F = 1\text{kN}$:

Die Verformungsanteile zeigen, dass der grösste Anteil der horizontalen Auslenkung aus der Schubverformung resultiert.

Verformungsanteile der horizontalen Auslenkung der TWX1 im Erdgeschoss			
aus Randständer	Aus Beplankungen	aus Verklammerungen	aus Verankerung
$3,42 \cdot 10^{-3}\text{mm}$	$35,80 \cdot 10^{-3}\text{mm}$	$63,00 \cdot 10^{-3}\text{mm}$	$4,67 \cdot 10^{-3}\text{mm}$
3,2 %	33,5 %	58,9 %	4,4 %

Figur 5: Verformungsanteile der horizontalen Auslenkung der unterschiedlichen Steifigkeiten. Zu berücksichtigen ist, dass sich die oben ermittelten Verformungswerte der Beplankung und der Verklammerung halbieren, da zwei Beplankungen ausgeführt werden.

3.2.2 Ersatzsteifigkeiten der Tragwände für die EDV-Berechnung

Um die Tragwände im Stabstatikprogramm abbilden zu können, wird die Ersatzsteifigkeit eines äquivalenten Ersatzstabes berechnet. Als Querschnittshöhe dieses Ersatzstabes wird im Berechnungsbeispiel die Wandlänge der abzubildenden Tragwand gewählt. Als Querschnittsbreite wird für alle Tragwände 100 mm angenommen.

Die Ersatzsteifigkeiten der Tragwand TWX1 werden in Abhängigkeit der horizontalen Verformungen aus Kapitel 3.2.1 ermittelt. Dabei wird die berechnete Biege- und Schubverformung mit den Formeln zur Verformungsberechnung des eingespannten Kragarms gleichgesetzt und nach dem Ersatz E-Modul beziehungsweise dem Ersatz G-Modul aufgelöst. Der Ersatz E-Modul wird anhand des horizontalen Verformungsanteils der Biegebeanspruchung und der Ersatz G-Modul anhand der horizontalen Verformungsanteile infolge der Querkraftbeanspruchung berechnet.

Ersatzelastizitätsmodul der Tragwand TWX1 für den eingespannten Kragarm

$$E_{\text{Ersatz,TX1}} = \frac{F \cdot h^3}{3 \cdot u_{E,\text{inst}} \cdot \frac{l^3 \cdot b_{\text{Ersatz}}}{12}} = \frac{1'000\text{N} \cdot (2'900\text{mm})^3}{3 \cdot 3,42 \cdot 10^{-3} \text{mm} \cdot \frac{(3'000\text{mm})^3 \cdot 100\text{mm}}{12}} = 10'560\text{N} / \text{mm}^2$$

- E_{Ersatz} = Ersatz E-Modul für eine Ersatzstabbreite von 100mm [N/mm²]
 h = Geschosshöhe [mm]
 $u_{E,\text{inst}}$ = horizontale Auslenkung infolge der Biegebeanspruchung [mm]
 l = Wandlänge [mm]
 b_{Ersatz} = Wandstärke [mm]
 F = Einheitslast von 1 kN [N]

Ersatzschubmodul der Tragwand TWX1 für den eingespannten Kragarm

$$G_{\text{Ersatz,TX1}} = \frac{F \cdot h}{\left(\sum \frac{1}{u_{G,\text{inst},j}} + \sum \frac{1}{u_{K,\text{inst},i}} \right) \cdot \frac{5}{6} \cdot b_{\text{Ersatz}} \cdot l} = \frac{1'000\text{N} \cdot 2'900\text{mm}}{\left(\frac{1}{2 \cdot \frac{1}{71,6}} + \frac{1}{2 \cdot \frac{1}{126}} \right) \cdot 10^{-3} \text{mm} \cdot \frac{5}{6} \cdot 100\text{mm} \cdot 3'000\text{mm}} = 117\text{N} / \text{mm}^2$$

- G_{Ersatz} = Ersatz G-Modul für eine 100mm starke Wandscheibe [N/mm²]
 h = Geschosshöhe [mm]
 $u_{G,\text{inst}}$ = horizontale Auslenkung infolge der Schubbeanspruchung einer Beplankung [mm]
 $u_{K,\text{inst}}$ = horizontale Auslenkung infolge des Schubflusses im Verbund einer Beplankung [mm]
 l = Wandlänge [mm]
 b_{Ersatz} = Wandstärke [mm]
 F = Einheitslast von 1 kN [N]

Drehfeder zur Berücksichtigung der Verankerungen und Anschlüsse

$$K_{DF} = 2 \cdot K_{ser, Anschluss} \cdot \left(\frac{l}{2}\right)^2$$

$$K_{DF\ EG} = 2 \cdot 400\text{MN/m} \cdot \left(\frac{3,0\text{m}}{2}\right)^2 = 1'800\text{MNm/rad} \quad K_{DF\ 10G-DG} = 900\text{MNm/rad}$$

K_{DF} = Drehfedersteifigkeit der Verankerung bzw. der Anschlüsse [kNm/rad]

l = Länge der Tragwand [m]

K_{ser} = Verschiebemodul des Anschlusses [kN/m]

Ersatzsteifigkeiten der Tragwände

Durch die berechneten Ersatz-E-Moduln, Ersatz-G-Moduln und Drehfedersteifigkeiten können nun die viergeschossigen Tragwände in Holzrahmenbauweise im Stabstatikprogramm als eingespannte Kragarme modelliert werden.

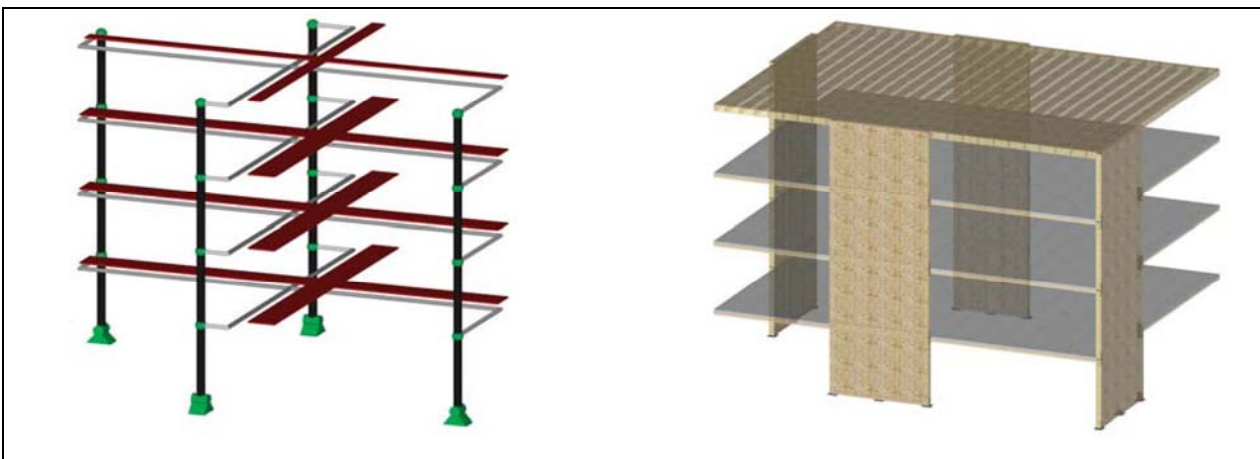
Tragwand	TWX1	TWX2	TWY1	TWY2
Wandquerschnitt	100 mm / 3'000 mm	100 mm / 4'000 mm	100 mm / 4'000 mm	100 mm / 4'000 mm
E_{Ersatz}	10'560 N/mm ²	7'920 N/mm ²	7'920 N/mm ²	7'920 N/mm ²
G_{Ersatz}	117 N/mm ²	117 N/mm ²	117 N/mm ²	117 N/mm ²
$K_{DF\ 10G-DG}$	900 MNm/rad	1'600 MNm/rad	1'600 MNm/rad	1'600 MNm/rad
$K_{DF\ EG}$	1'800 MNm/rad	3'200 MNm/rad	3'200 MNm/rad	3'200 MNm/rad

Figur 6: Ersatz-E-Moduln, Ersatz-G-Moduln und Drehfedersteifigkeiten der Anschlüsse und Verankerungen für die Eingabe der Tragwände in ein Stabstatikprogramm.

3.3 Modellbildung für EDV-Eingabe

Figur 7 zeigt das statische System für die Eingabe über EDV. Dabei werden die Tragwände mit den in Figur 6 aufgeführten Querschnittswerte und Lager- sowie Gelenkbedingungen berücksichtigt. Als Deckenscheibe wird hier der Überbeton der eingebauten HBV-Decke berücksichtigt. Sie wird als Biegestab mit 7,2m statischer Höhe und 120mm Stärke modelliert.

3.3.1 Stabwerksmodell



Figur 7: Im Statikprogramm abgebildetes Stabwerkmodell. Die Tragwände werden mit den in Figur 5 definierten Steifigkeiten und Querschnittswerten erfasst, als Decke ist der Überbeton mit 120mm Stärke als Balkenelement berücksichtigt.

3.3.2 Windlasten

Für das Musterprojekt werden folgende Windlastannahmen getroffen:

$$q_{p0} = 0,9 \text{ kN/m}^2 \text{ ; für Geländekategorie III gilt :}$$

$$q_p = c_h \cdot q_{p0}$$

$$\text{mit } c_h = 1,6 \cdot \left[\left(\frac{z}{z_g} \right)^{\alpha_r} + 0,375 \right]^2 = 1,6 \cdot \left[\left(\frac{11,6}{450} \right)^{0,23} + 0,375 \right]^2 = 1,04$$

$$q_p = 1,040 \cdot 0,9 \text{ kN/m}^2 = 0,936 \text{ kN/m}^2$$

- q_p = Staudruck [kN/m²]
- c_h = Profilbeiwert [-]
- q_{p0} = Referenzwert des Staudrucks [kN/m²]
- z = Gebäudehöhe [m]
- z_g = Gradientenhöhe [m]
- α_r = Bodenrauigkeit [-]

$$q_k = c_{red} \cdot c_d \cdot c_f \cdot q_p$$

$$\text{mit } c_{red,x} = 0,88 \text{ / } c_{red,y} = 0,86 \text{ / } c_d = 1,0 \text{ / } c_{f,x} = c_{f,y} = 1,05 \text{ (SIA261 Tabelle 34)}$$

$$q_{k,x} = 0,88 \cdot 1,0 \cdot 1,05 \cdot 0,936 \text{ kN/m}^2 = 0,86 \text{ kN/m}^2$$

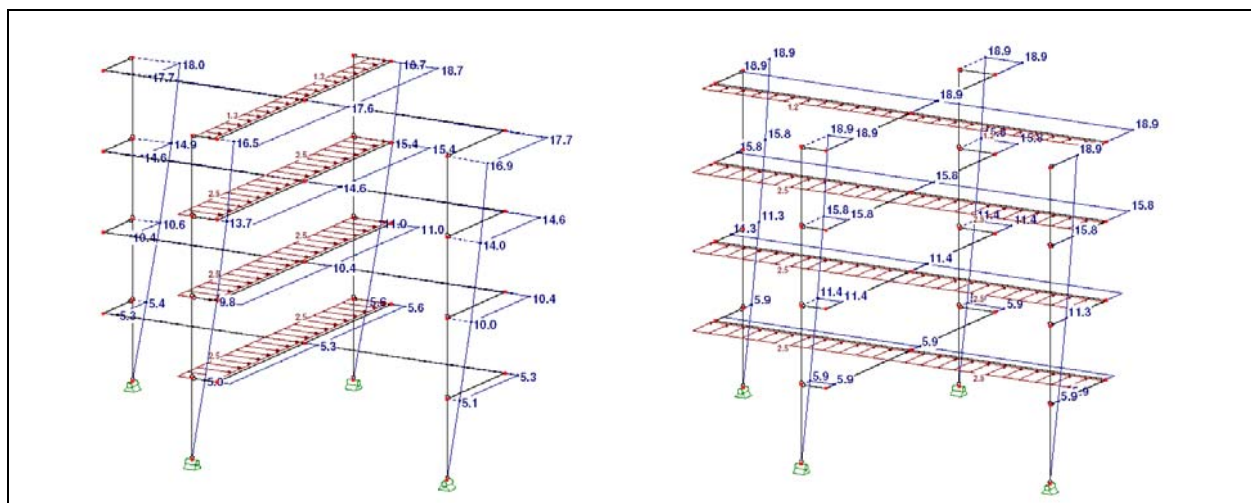
$$q_{k,y} = 0,86 \cdot 1,0 \cdot 1,05 \cdot 0,936 \text{ kN/m}^2 = 0,85 \text{ kN/m}^2$$

- q_k = charakteristische globale Windkraft [kN/m²]
- c_{red} = Reduktionsfaktor [-]; c_d = dynamischer Faktor [-]; c_f = Kraftbeiwert [-]

Windkräfte Norm SIA 261 (2003), Anhang C, Kraft- und Druckbeiwerte bei Wind, Tabelle 34		
	Windrichtung 0° (x-Richtung)	Windrichtung 90° (y-Richtung)
Decke über EG	qk = 2,51 kN/m ¹	qk = 2,45 kN/m ¹
Decke über 1OG	qk = 2,51 kN/m ¹	qk = 2,45 kN/m ¹
Decke über 2OG	qk = 2,51 kN/m ¹	qk = 2,45 kN/m ¹
Dach	qk = 1,25 kN/m ¹	qk = 1,23 kN/m ¹

Figur 8: In horizontaler Richtung angreifende Windkräfte in x- und y-Richtung.

3.3.3 Verformungen aus dem Lastfall Wind



Figur 9: Einwirkungen und horizontale Verformungen der Tragwände aus dem Lastfall Wind (Charakteristisches Niveau).

3.3.4 Kontrolle der Gebrauchstauglichkeit für Wind

Die Anforderungen an die Gebrauchstauglichkeit für Wind sind gemäss SIA 260 (2003), Tabelle 3 wie folgt definiert:

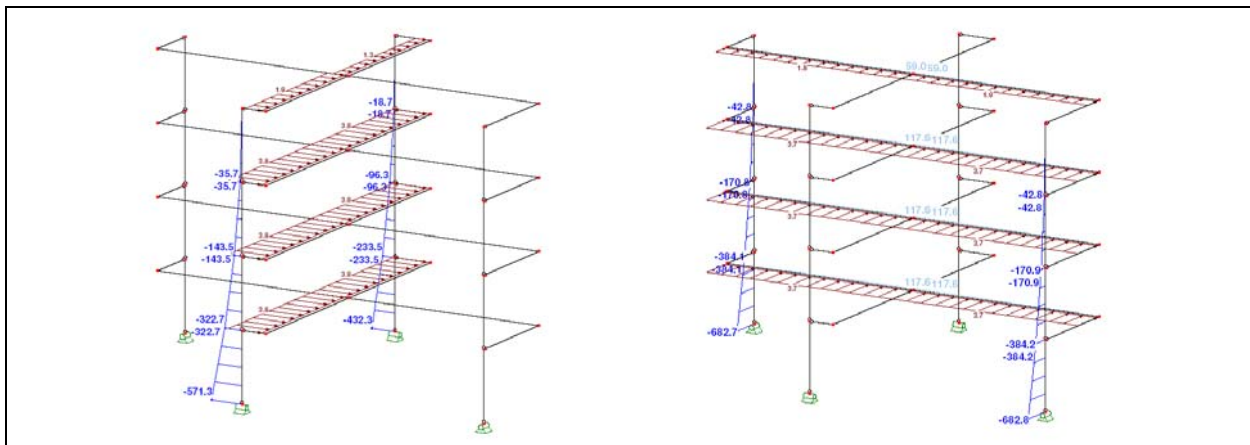
- **Bei spröden Einbauten:**
Maximale Auslenkung u pro Geschoss bezogen auf die Stockwerkhöhe beim seltenen Lastfall begrenzt auf $u_h < h/500$.
- **Bei duktilen Einbauten:**
Maximale Auslenkung u der obersten Gebäudekante bezogen auf die gesamte Gebäudehöhe beim häufigen Lastfall begrenzt auf $u_H < H/300$.

Figur 9 zeigt die Windkräfte auf der Höhe der Geschossdecken und die daraus resultierenden Verformungen auf dem Bemessungsniveau ($Q = 1,0$) bezüglich der Gebrauchstauglichkeit.

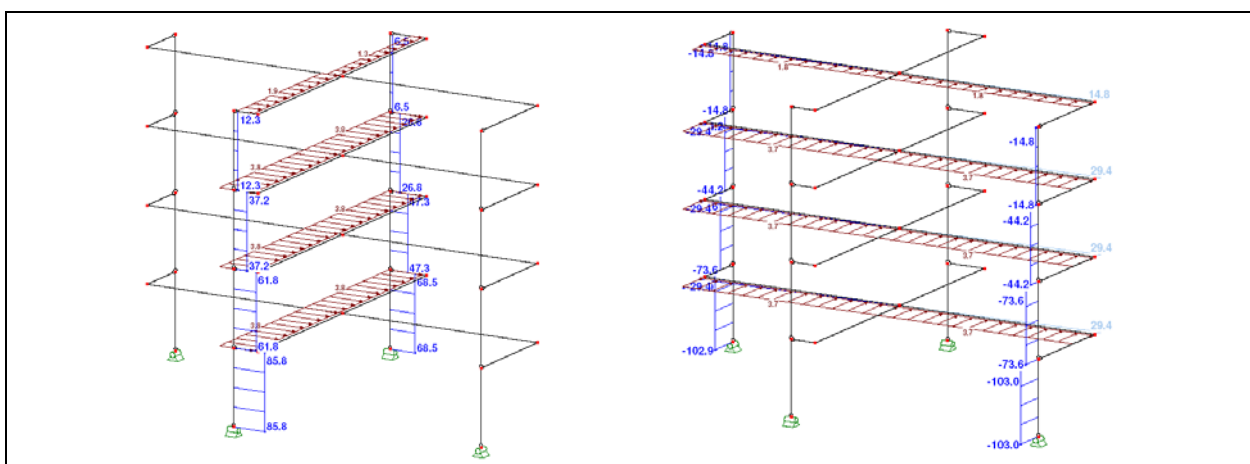
$$\frac{h}{u_x} = \frac{2'900\text{mm}}{5,6\text{mm}} = 518 \quad \rightarrow \quad \frac{h}{518} < \frac{h}{500} \quad \text{Nachweis ist erfüllt!}$$

$$\frac{h}{u_y} = \frac{2'900\text{mm}}{5,9\text{mm}} = 492 \quad \rightarrow \quad \frac{h}{492} < \frac{h}{500} \quad \text{Nachweis knapp nicht erfüllt (102%!)}$$

3.3.5 Schnittkräfte aus dem Lastfall Wind



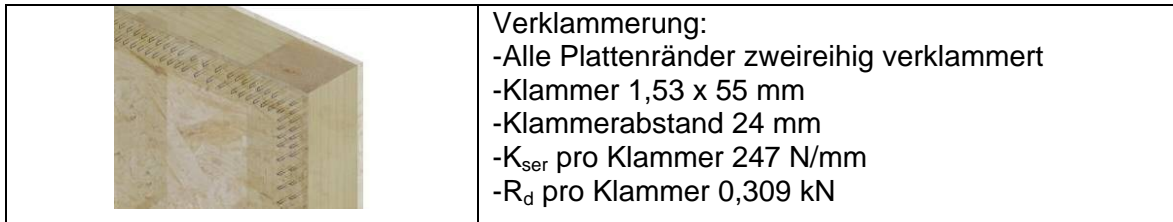
Figur 10: Einwirkungen und Biegemomente in den Tragwänden aus Wind (Bemessungsniveau). Die Momente von $-/+43,9$ kNm in TWY1 resp. in TWY2 aus Wind in x-Richtung sind nicht abgebildet.



Figur 11: Einwirkungen und Querkräfte in den Tragwänden aus Wind (Bemessungsniveau). Die Querkräfte von $+/-5,7$ kN in TWY1 resp. in TWY2 aus Wind in x-Richtung sind nicht abgebildet.

3.3.6 Ausgewählte statische Nachweise für die massgebende Tragwand TWY2

Verklammerung



Figur 12: Verbund zwischen Beplankung und Tragrippen durch zweireihige Verklammerung .

$$E_d = V_{Ed} = 103 \text{ kN}$$

$$V_{Ed(\text{Schubfluss})} = \frac{V_{Ed}}{l} = \frac{103 \text{ kN}}{4,0 \text{ m}} = 25,8 \text{ kN / m}$$

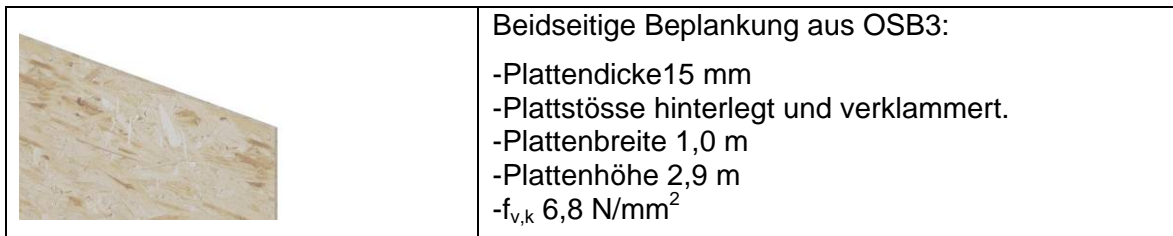
$$V_{Rd / \text{Klammer}} = 150 \cdot d^{1,7} = 150 \cdot 1,53^{1,7} = 0,309 \text{ kN}$$

$$V_{Rd / \text{Meter}} = \frac{1}{a_v} \cdot n_{\text{Klammerreihen}} \cdot V_{Rd / \text{Klammer}} = \frac{1,0 \text{ m}}{0,024 \text{ m}} \cdot 4 \cdot 0,309 \text{ kN} = 51,5 \text{ kN / m}$$

$$\underline{V_{Ed} = 25,8 \text{ kN} < 51,5 \text{ kN} = V_{Rd / \text{Meter}} \quad \text{Nachweis ist erfüllt!}}$$

Die Verklammerung weist von der Seite der Tragsicherheit her eine Tragreserve von rund 50% auf. Eine Reduktion der Klammeranordnung ist aber kaum möglich, da andernfalls der Gebrauchstauglichkeitsnachweis für den Lastfall Wind nicht mehr erfüllt werden kann.

Beplankung



Figur 13: Beplankung aus Grobspanplatte OSB3 .

$$E_d = V_{Ed} = 103 \text{ kN}$$

$$R_d = \frac{\eta_M \cdot \eta_t \cdot \eta_w}{\gamma_M} \cdot f_{v,d} \cdot l_{Wand} \cdot \sum t_{\text{Beplankung}} = \frac{\eta_{mod}^{(1)}}{\gamma_M} \cdot f_{v,d} \cdot l_{Wand} \cdot \sum t_{\text{Beplankung}}$$

Für OSB3 gilt :

$$R_d = \frac{0,9}{1,2} \cdot 6,8 \text{ N/mm}^2 \cdot 4'000 \text{ mm} \cdot 2 \cdot 15 \text{ mm} = 612 \text{ kN}$$

$$\underline{E_d = 103 \text{ kN} \ll 612 \text{ kN} = R_d \quad \text{Nachweis ist erfüllt}}$$

(1) η_{mod} Beiwert zur Erfassung der Lasteinwirkungsdauer und der Holzfeuchte nach Norm 265/1 (erscheint voraussichtlich Mitte 2009)

Auch die Bepunktung ist aus Sicht der Tragsicherheit bei weitem nicht ausgenutzt! Wie bereits bei der Verklammerung bemerkt, ist eine Reduktion der Plattendicke oder die einseitige Wandbepunktung hinsichtlich der Gebrauchsgrenzen für den Lastfall Wind wenig sinnvoll. Ausserdem würde durch die Wahl geringerer Plattenstärken die Gefahr des Beulens erhöht.

In der Publikation „*Erdbebengerechte, mehrgeschossige Holzbauten*“, welche von der LIGNUM im Sommer 2009 publiziert wird, wird aufgezeigt, dass für das Musterprojekt bezüglich dem Erdbeben alle erforderlichen Nachweise erfüllt werden (Erdbebenzone 3b!, Bauwerksklasse I, Baugrundklasse C, Tragwerkstyp D, Verhaltensbeiwert $q=3,0$).

4. Gegenüberstellung der Steifigkeit von Decken- und Wandscheiben

Zur Veranschaulichung der Steifigkeit von unterschiedlichen Wand- und Deckensystemen wurden in [3], Figur 22 und Figur 23 je fünf Konstruktionen mit den in Kapitel 2 aufgeführten Berechnungsansätzen untersucht. Die unterschiedlichen Steifigkeiten und welche Teilbereiche anteilmässig an der Verformung beteiligt sind, werden aufgezeigt. Die Berücksichtigung des Verformungsverhaltens aussteifender Tragelemente sind eine Grundvoraussetzung, um die horizontale Aussteifung von mehrgeschossigen Holzbauten zu definieren und zu optimieren.

Literatur

- [1] Kessel M. H. (2002): Tafeln – Eine elastische, geometrisch lineare Beschreibung. In: Holzbaukalender 2003, S. 599 - 632. Bruderer Verlag, Karlsruhe.
- [2] Blass H. J., Ehlbeck J., Kreuzinger H., Steck G. (2005): Erläuterungen zur DIN 1052. Informationsdienst Holz, Deutsche Gesellschaft für Holzforschung DGFH, München.
- [3] Jung P., Steiger R., Wenk T. (2009): Lignatec: Erdbebengerechtes Entwerfen und Konstruieren von mehrgeschossigen Holzbauten. LIGNUM, Zürich.